

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Terzo Appello (10-09-2014)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_D \frac{2x^2 + z^2}{x^2 + z^2} dx dy dz$$

dove  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 - y^2 + z^2 \leq 0\}$ .

**R:**  $(14 - 7\sqrt{2})\pi$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} (3x + y) dx + xy dy$$

dove  $\gamma$  è data nell'ordine da il segmento da  $(1, 1)$  a  $(2, 2)$ , la semicirconferenza da  $(2, 2)$  a  $(0, 0)$  passante per  $(0, 2)$  e il segmento da  $(0, 0)$  a  $(2, 0)$ .

**R:**  $5$

---

3. Calcolare la parte principale dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{6}{z^4 - 3z^3 + 4z}$$

in un intorno di  $z_0 = -1$  e in un intorno di  $z_0 = 2$ .

**R:**  $\text{PP}_{z_0=-1}(f) = -\frac{2}{3(z+1)}, \text{PP}_{z_0=2}(f) = \frac{1}{(z-2)^2} - \frac{5}{6(z-2)}$

---

4. Calcolare  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(4x^2 + 1)^4} dx$ .

**R:**  $\frac{\pi}{256}$

---

5. Siano

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \in [0, 1) \\ -1 & \text{se } t \in [1, 2) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad \text{e} \quad g(t) = \begin{cases} 2t & \text{se } t \in [0, 1) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

Calcolare il prodotto di convoluzione  $(f * g)(t)$  per  $t \in [1, 2)$ . Quanto vale  $\lim_{t \rightarrow +\infty} (f * g)(t)$ ?

**R:**  $\text{Per } t \in [1, 2), (f * g)(t) = -2t^2 + 4t - 1, \lim_{t \rightarrow +\infty} (f * g)(t) = 0$

---