

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Primo Appello (02-07-2014)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare il volume del solido dato dall'intersezione del cono ottenuto ruotando il triangolo di vertici  $(0, 0, 0)$ ,  $(2, 0, 0)$ ,  $(0, 0, 2)$  attorno all'asse  $z$ , e del cilindro di asse  $\{(1, 0, t) : t \in \mathbb{R}\}$  e raggio 1.

**R:**  $\boxed{2\pi - \frac{32}{9}}$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} y(1 - y^2 + \cos(x)) dx + (x(1 + x^2) + \sin(x) + y) dy$$

dove  $\gamma$  è la poligonale (non chiusa) che unisce i seguenti punti nell'ordine assegnato:  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(1, 2)$  e  $(0, 2)$ .

**R:**  $\boxed{\frac{39}{2}}$

---

3. Calcolare il residuo della funzione

$$f(z) = \frac{e^{z-1} - 1}{1 + \cos(\pi z)}$$

nei punti 1, 2 e 3.

**R:**  $\boxed{\text{Res}(f, 1) = \frac{2}{\pi^2}, \text{Res}(f, 2) = 0, \text{Res}(f, 3) = \frac{2e^2}{\pi^2}}$

---

4. Calcolare  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2x - 1)^2}{16x^4 + 4x^2 + 1} dx$ .

**R:**  $\boxed{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}$

---

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = 12t \\ x(0) = 0, x'(0) = -2 \end{cases},$$

determinare  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x'(t)$ . Esiste  $t_0 > 0$  tale che  $x'(t_0) = 0$ ?

**R:**  $\boxed{\lim_{t \rightarrow +\infty} x'(t) = 6. \text{ Sì, } t_0 \text{ esiste.}}$

---