

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Sesto Appello (02-02-2015)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_D (3x + 4y + 5z^2) dx dy dz$$

dove D è il tronco di cono ottenuto ruotando attorno all'asse z il trapezio di vertici $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(1, 0, 2)$ e $(0, 0, 2)$.

R: $\boxed{\frac{64\pi}{3}}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \frac{x^3 + yx^4 + y^5}{x^4 + y^4} dx + \frac{x^4 + y^3 + y^4}{x^4 + y^4} dy$$

dove γ è data nell'ordine dal quarto di circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ da $(1, 0)$ a $(0, 1)$, dal segmento da $(0, 1)$ a $(0, 3)$ e dal quarto di ellisse $9x^2 + 4y^2 = 36$ da $(0, 3)$ a $(2, 0)$.

R: $\boxed{\ln(2) + \frac{5\pi}{4}}$

3. Calcolare la parte principale dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z^3 \sin(z)}$$

in un intorno di $z_0 = 0$ e in un intorno di $z_0 = \pi$.

R: $\boxed{\text{PP}_{z_0=0}(f) = \frac{1}{z^3} + \frac{1}{2z^2} + \frac{1}{3z}, \text{PP}_{z_0=\pi}(f) = \frac{1 - e^\pi}{\pi^3(z - \pi)},}$

4. Calcolare $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{2x} + 1}{e^{3x} + e^{-x}} dx$.

R: $\boxed{\frac{\pi}{\sqrt{2}}}$

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = \begin{cases} 2 & \text{se } 0 \leq t < 2 \\ 1 & \text{se } t \geq 2 \end{cases} \\ x(0) = 0, x'(0) = 1 \end{cases},$$

calcolare $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)e^{-2t}$.

R: $\boxed{\frac{4 - e^{-4}}{8}}$
