

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Sesto Appello (24-02-2014)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Si consideri il solido omogeneo

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y \geq x^2, x + y \geq y^2, 0 \leq z \leq 2\}.$$

Calcolare il centro di massa di D .

R: $\boxed{(4/5, 4/5, 1)}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \frac{1 - 2xy}{y} dx - \frac{x(1 + y^3)}{y^2} dy$$

dove γ è dato da un segmento dal punto $(1, 1)$ al punto $(-1, 2)$ e dall'arco di circonferenza dal punto $(-1, 2)$ al punto $(1, 2)$ passante per $(0, 3)$.

R: $\boxed{\pi + \frac{1}{3}}$

3. Calcolare la parte principale dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{\sin(6z)}{z^4(z+1)(2z+1)}$$

in un intorno di $z_0 = 0$.

R: $\boxed{\frac{6}{z^3} - \frac{18}{z^2} + \frac{6}{z}}$

4. Calcolare $\int_0^{\pi} \frac{\cos(2x)}{1 + 2(\cos(x))^2} dx$.

R: $\boxed{\pi - \frac{2\pi}{\sqrt{3}}}$

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 4x'(t) + 3x(t) = t * e^t \\ x(0) = 0, x'(0) = 1 \end{cases},$$

determinare $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)e^{-t}$.

R: $\boxed{1/8}$
