

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Sesto Appello (24-02-2014)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Si consideri il solido omogeneo

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y \geq x^2, x + y \geq y^2, 0 \leq z \leq 2\}.$$

Calcolare il centro di massa di  $D$ .

**R:**  $\boxed{(4/5, 4/5, 1)}$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \frac{1 - 2xy}{y} dx - \frac{x(1 + y^3)}{y^2} dy$$

dove  $\gamma$  è dato da un segmento dal punto  $(1, 1)$  al punto  $(-1, 2)$  e dall'arco di circonferenza dal punto  $(-1, 2)$  al punto  $(1, 2)$  passante per  $(0, 3)$ .

**R:**  $\boxed{\pi + \frac{1}{3}}$

---

3. Calcolare la parte principale dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{\sin(6z)}{z^4(z+1)(2z+1)}$$

in un intorno di  $z_0 = 0$ .

**R:**  $\boxed{\frac{6}{z^3} - \frac{18}{z^2} + \frac{6}{z}}$

---

4. Calcolare  $\int_0^{\pi} \frac{\cos(2x)}{1 + 2(\cos(x))^2} dx$ .

**R:**  $\boxed{\pi - \frac{2\pi}{\sqrt{3}}}$

---

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 4x'(t) + 3x(t) = t * e^t \\ x(0) = 0, x'(0) = 1 \end{cases},$$

determinare  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)e^{-t}$ .

**R:**  $\boxed{1/8}$

---