

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Quarto Appello (19-09-2013)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare il volume del solido

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - z)^2 + 4y^2 \leq (1 - z)^2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Suggerimento: effettuare il seguente cambio di coordinate,  $u = x - z$ ,  $v = 2y$ ,  $w = 1 - z$ .

**R:**  $\boxed{\pi/6}$

---

2. Sia la curva data dalle seguenti equazioni parametriche

$$(x(t), y(t)) = (10e^{t/4} \cos(t), 10e^{t/4} \sin(t)) \quad \text{per } t \in (-\infty, 0).$$

Calcolare le coordinate del suo baricentro nel caso in cui la curva sia di materiale omogeneo.

**R:**  $\boxed{(1, -2)}$

---

3. Calcolare

$$\operatorname{Re} \left( \int_{\gamma} \bar{z}^3 dz \right)$$

dove  $\gamma$  è la circonferenza di centro  $z_0 = 1 + 3i$ , raggio  $R = 2$ , percorsa in senso antiorario.

**R:**  $\boxed{144\pi}$

---

4. Per ogni intero positivo  $n$ , calcolare  $\int_0^\pi \frac{1 - \cos(nx)}{1 - \cos(x)} dx$ .

**R:**  $\boxed{n\pi}$

---

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x'(t) - 2x(t) = \begin{cases} 6 & \text{se } 0 \leq t < 3 \\ -6 & \text{se } t \geq 3 \end{cases} \\ x(0) = 0, x'(0) = 0 \end{cases},$$

determinare  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)e^{-t}$ .

**R:**  $\boxed{2 - 4e^{-3}}$

---