Cognome: $\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup$ Nome: $\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup\!\!\sqcup$

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Secondo Appello (19-07-2013)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare le coordinate del baricentro del solido omogeneo

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \sqrt{x^2 + z^2} \leq \sqrt{3}y\}.$$

R: $\boxed{(0, 45/26, 0)}$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma \frac{x(2+y)(3x+2y)+1}{2+y}\, dx + \frac{y(2+y)^2(x+y)-x}{(2+y)^2}\, dy$$

dove γ è l'arco della circonferenza centrata in $(1, 0)$ e di raggio 1 che parte da $(0, 0)$, passa per $(2, 0)$ e finisce in $(1, -1)$.

R: $\boxed{(5 + 3\pi)/2}$

---

3. Sia $f(z) = \dfrac{16(e^{\pi z} - iz)}{(z^2+1)^3}$. Calcolare il residuo di f in $z_0 = i$.

R: $\boxed{3\pi + (3 - \pi^2)i}$

---

4. Calcolare $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{3x} - e^x}{e^{4x} + 10e^{2x} + 9}\, dx.$

R: $\boxed{\pi/12}$

---

5. Ricordando che $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$, calcolare la trasformata di Laplace della funzione $f(t) = \sqrt{t}$ e determinare il prodotto di convoluzione $f * f$.

R: $\boxed{F(s) = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}},\ (f*f)(t) = \dfrac{\pi t^2}{8}}$
