

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Terzo Appello (06-09-2013)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare la massa del solido

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$$

con densità di massa $\delta(x, y, z) = 8 - 3|x| - 2|y| - |z|$.

R: $\boxed{26/3}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \left(\frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{x^2 + (y-3)^2} \right) (-(y-3) dx + x dy)$$

dove γ è l'arco della circonferenza centrata in $(0, 0)$ e di raggio 6 che parte da $(0, -6)$, passa per $(6, 0)$ e finisce in $(3\sqrt{3}, 3)$.

R: $\boxed{(14\pi + 3\sqrt{3})/12}$

3. Data la funzione

$$f(z) = \frac{12}{(e^z - 1)z^2}$$

determinare il suo dominio e la parte principale del suo sviluppo di Laurent in un intorno di $z_0 = 0$.

R: $\boxed{D = \mathbb{C} \setminus \{2k\pi i : k \in \mathbb{Z}\}, \text{PP}_{z_0=0}(f) = \frac{12}{z^3} - \frac{6}{z^2} + \frac{1}{z}}$

4. Per ogni intero positivo n , calcolare $\int_0^\pi \frac{\sin(nx)}{\sin(x)} dx$.

R: $\boxed{\pi \text{ se } n \text{ è dispari, } 0 \text{ se } n \text{ è pari}}$

5. Siano

$$f(t) = \begin{cases} \cos(t) & \text{se } t \in [0, \pi/2) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad \text{e} \quad g(t) = \begin{cases} \sin(t) & \text{se } t \in [0, \pi/2) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

Calcolare $\int_0^\pi (f * g)(t) dt$.

R: $\boxed{1}$
