

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Terzo Appello (06-09-2013)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare la massa del solido

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$$

con densità di massa  $\delta(x, y, z) = 8 - 3|x| - 2|y| - |z|$ .

**R:** 26/3

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \left( \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{x^2 + (y-3)^2} \right) (-(y-3) dx + x dy)$$

dove  $\gamma$  è l'arco della circonferenza centrata in  $(0, 0)$  e di raggio 6 che parte da  $(0, -6)$ , passa per  $(6, 0)$  e finisce in  $(3\sqrt{3}, 3)$ .

**R:**  $(14\pi + 3\sqrt{3})/12$

---

3. Data la funzione

$$f(z) = \frac{12}{(e^z - 1)z^2}$$

determinare il suo dominio e la parte principale del suo sviluppo di Laurent in un intorno di  $z_0 = 0$ .

**R:**  $D = \mathbb{C} \setminus \{2k\pi i : k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $PP_{z_0=0}(f) = \frac{12}{z^3} - \frac{6}{z^2} + \frac{1}{z}$

---

4. Per ogni intero positivo  $n$ , calcolare  $\int_0^{\pi} \frac{\sin(nx)}{\sin(x)} dx$ .

**R:**  $\pi$  se  $n$  è dispari, 0 se  $n$  è pari

---

5. Siano

$$f(t) = \begin{cases} \cos(t) & \text{se } t \in [0, \pi/2) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad \text{e} \quad g(t) = \begin{cases} \sin(t) & \text{se } t \in [0, \pi/2) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} .$$

Calcolare  $\int_0^{\pi} (f * g)(t) dt$ .

**R:** 1

---