

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Primo Appello (05-07-2013)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare

$$\iint_D |y - x + 1| dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x, x^2 + y^2 \leq 2x\}$.

R: $\boxed{(4\sqrt{2} - 1)/3}$

2. Determinare la superficie totale del solido $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 3 \leq 4x, x \leq z \leq 2x\}$.

R: $\boxed{(\sqrt{2} + \sqrt{5} + 4)\pi}$

3. Calcolare i seguenti due integrali curvilinei

$$I_1 = \int_{\gamma} \frac{z \operatorname{Re}(z)}{z - 1} dz \quad \text{e} \quad I_2 = \int_{\gamma} \frac{z \operatorname{Im}(z)}{z - 1} dz$$

dove γ è la circonferenza centrata in 0 e di raggio 2 percorsa una volta in senso antiorario.

R: $\boxed{I_1 = 5\pi i, I_2 = -3\pi}$

4. Calcolare il seguente integrale al variare di $0 < a < 1$,

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(2x)}{1 - 2a \cos(x) + a^2} dx.$$

R: $\boxed{2\pi a^2 / (1 - a^2)}$

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 2e^{-t} + \delta(t - 2) \\ x(0) = 0, x'(0) = 1 \end{cases}$$

determinare la derivata destra e sinistra di $x(t)$ in $t = 2$ e dire se esiste $t_0 > 0$ tale che $x(t_0) = 0$.

R: $\boxed{x'_-(2) = -e^{-2}, x'_+(2) = -e^{-2} + 1, t_0 \text{ non esiste}}$
