

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Sesto Appello (25-02-2013)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare

$$\iiint_D (3|yz| + 2xz) \, dx \, dy \, dz$$

dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |z| \leq 2, |y| \leq \min(1 + x, \cos x), x \in [-1, \pi/2]\}$.

R: $\boxed{4 + 3\pi}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \frac{8x}{3(x^2 + y^2)} \, dx + \frac{16y}{3(x^2 + y^2)} \, dy$ dove γ è la semicirconferenza da $(0, -1)$ a $(0, 5)$ e passante per $(3, 2)$.

R: $\boxed{4 + \ln 5}$

3. Sia $f(z) = \frac{\sin(\pi(z+1)/4)}{(z^6 - 1)(z^2 - 1)}$. Calcolare $\text{Res}(f, -1)$ e $\text{Res}(f, 1)$.

R: $\boxed{\text{Res}(f, -1) = \pi/48, \text{Res}(f, 1) = -1/4}$

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 4)} \, dx.$$

R: $\boxed{\pi/36}$

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = e^t * e^{2t} \\ x(0) = 1, x'(0) = 2 \end{cases}$$

determinare $x(t)$.

R: $\boxed{x(t) = (t - 1)e^{2t} + (t + 2)e^t}$
