

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Quarto Appello (18-09-2012)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare la superficie totale del solido $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1, |x| + |y| \leq 1\}$.

R: $(4 + 2\sqrt{2})\pi - 8$

2. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} xy dx + xy dy$ dove γ è la curva chiusa percorsa in senso antiorario formata dalle seguenti tre semicirconferenze contenute nel semipiano $y \geq 0$: centro $(1, 0)$ e raggio 1, centro $(0, 0)$ e raggio 2, centro $(-1, 0)$ e raggio 1.

R: 4

3. Calcolare la parte reale dell'integrale $\int_{\gamma_R} (z + \bar{z})(z - \bar{z}) dz$ dove γ_R è la circonferenza di centro $z_0 = 2 + 3i$ e raggio $R > 0$ percorsa in senso orario.

R: $12\pi R^2$

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{2}{9 + \cos(4t)} dt.$$

R: $\pi/\sqrt{5}$

5. Calcolare il prodotto di convoluzione $(f * g)(t)$ dove

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \in [0, \pi) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad \text{e} \quad g(t) = \begin{cases} \sin(t) & \text{se } t \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

e farne il grafico nell'intervallo $[0, 2\pi]$.

R: $(f * g)(t)$ è uguale a $1 - \cos(t)$ se $t \in [0, \pi)$ e a $-2 \cos(t)$ se $t \in [\pi, +\infty)$
