

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Quarto Appello (18-09-2012)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare la superficie totale del solido  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1, |x| + |y| \leq 1\}$ .

**R:**  $(4 + 2\sqrt{2})\pi - 8$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\gamma} xy dx + xy dy$  dove  $\gamma$  è la curva chiusa percorsa in senso antiorario formata dalle seguenti tre semicirconferenze contenute nel semipiano  $y \geq 0$ : centro  $(1, 0)$  e raggio 1, centro  $(0, 0)$  e raggio 2, centro  $(-1, 0)$  e raggio 1.

**R:**  $4$

---

3. Calcolare la parte reale dell'integrale  $\int_{\gamma_R} (z + \bar{z})(z - \bar{z}) dz$  dove  $\gamma_R$  è la circonferenza di centro  $z_0 = 2 + 3i$  e raggio  $R > 0$  percorsa in senso orario.

**R:**  $12\pi R^2$

---

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{2}{9 + \cos(4t)} dt.$$

**R:**  $\pi/\sqrt{5}$

---

5. Calcolare il prodotto di convoluzione  $(f * g)(t)$  dove

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \in [0, \pi) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad \text{e} \quad g(t) = \begin{cases} \sin(t) & \text{se } t \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

e farne il grafico nell'intervallo  $[0, 2\pi]$ .

**R:**  $(f * g)(t)$  è uguale a  $1 - \cos(t)$  se  $t \in [0, \pi)$  e a  $-2 \cos(t)$  se  $t \in [\pi, +\infty)$

---