

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Terzo Appello (11-09-2012)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare l'integrale triplo  $\iiint_D e^z dx dy dz$  dove  $D$  è la piramide di vertici  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$ ,  $(2, 0, 0)$ ,  $(2, 2, 0)$  e  $(1, 1, 2)$ .

**R:**  $2e^2 - 10$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} y(e^x + 5y) dx + (e^x - 2x^2) dy$$

dove  $\gamma$  è il quarto di circonferenza di centro  $(1, 0)$  e raggio 1 percorso da  $(0, 0)$  a  $(1, 1)$ .

**R:**  $\pi + e$

---

3. Calcolare la parte principale e il raggio di convergenza della parte olomorfa dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^3(z+2)^2}$$

in un intorno di  $z_0 = 0$ .

**R:**  $PP_{z_0=0}(f) = \frac{1}{4z^3} - \frac{1}{4z^2} + \frac{3}{16z}, R = 2$

---

4. Calcolare l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^3 + 1)^3 x^2}{(x^9 + 1)^2} dx.$$

**R:**  $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

---

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x(t) - y''(t) + y(t) = e^{-t} - 1 \\ x'(t) + y'(t) - y(t) = -3e^{-t} + t \\ x(0) = 0, y(0) = 1, y'(0) = -2 \end{cases}$$

determinare  $x(t)$  oppure  $y(t)$ .

**R:**  $x(t) = t - 1 + e^{-t}, y(t) = -t + e^{-t}$

---