

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Quinto Appello (11-02-2013)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare  $\iint_D \frac{3y}{2y+2} dx dy$  dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq -x, 0 \leq y^2 - 2y - x \leq 2\}$ .

**R:**  $\boxed{4 - 3 \ln 2}$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\gamma} (e^y + y(e^x + y)) dx + (e^x + x(e^y - 1)) dy$  dove  $\gamma$  è l'ellisse percorsa in senso antiorario data dalla seguente equazione  $9x^2 + 4y^2 = 36$ .

**R:**  $\boxed{-6\pi}$

---

3. In una sfera di raggio  $R > 0$  centrata nell'origine viene praticato un foro cilindrico di raggio  $0 < r < R$  e asse  $z$ . Calcolare la massa del solido ottenuto, sapendo che la funzione densità è  $\delta(x, y, z) = z^2$ .

**R:**  $\boxed{\frac{4\pi}{15}(R^2 - r^2)^{5/2}}$

---

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{1 + 5(\cos(t))^2} dt.$$

**R:**  $\boxed{\pi/\sqrt{6}}$

---

5. Calcolare la trasformata di Laplace della funzione periodica  $f$  di periodo 4 tal che

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{se } t \in [0, 1] \\ 2 - t & \text{se } t \in [1, 3] \\ t - 4 & \text{se } t \in [3, 4] \end{cases} .$$

**R:**  $\boxed{F(s) = \frac{(e^s - 1)^2}{s^2(e^{2s} + 1)}}$

---