

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Secondo Appello (10-07-2012)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare l'integrale triplo  $\iiint_D (2z - x - y^3) dx dy dz$  dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 2 + x, 6x - 8 \leq x^2 + y^2 \leq 4x\}.$$

**R:**  $\boxed{22\pi}$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma_R} \frac{x(x+2) + y(y+3)}{x^2 + y^2} dx + \frac{x(x-3) + y(y+2)}{x^2 + y^2} dy$$

dove  $\gamma_R$  è una circonferenza di centro  $(3, 4)$  e raggio  $R > 0$  percorsa in senso antiorario.

**R:**  $\boxed{\int_{\gamma_R} = 0 \text{ se } 0 < R < 5, \int_{\gamma_R} = -6\pi \text{ se } R > 5}$

---

3. Calcolare la parte principale dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{\cos(\pi z) - 1}{(z-1)^2(z-2)^3}$$

in un intorno di  $z_0 = 1$  e in un intorno di  $z_0 = 2$ .

**R:**  $\boxed{\text{PP}_{z_0=1}(f) = \frac{2}{(z-1)^2} + \frac{6}{z-1}, \text{PP}_{z_0=2}(f) = -\frac{\pi^2}{2(z-2)}}$

---

4. Calcolare integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 3 \sin(2t)} dt.$$

**R:**  $\boxed{\pi/2}$

---

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = 2te^{-t} \\ x(0) = -2, x'(0) = 0 \end{cases}.$$

Esiste  $t_0 > 100$  tale che  $x(t_0) = 0$ ?

**R:**  $\boxed{x(t) = e^{-t}(t+1) - 3 \cos(t), \text{ esiste } t_0 \text{ tale che } x(t_0) = 0}$

---