

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Sesto Appello (23-02-2012)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D |x(1-y)| dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y-2)^2 \leq 4\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \geq y^2\}$ .

**R:**  $\boxed{\iint = 17/20}$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} (2x - 3y + 4) dx + (3x + 2y - 2) dy$$

dove  $\gamma$  è la curva lineare a tratti che unisce i seguenti punti nell'ordine assegnato:  $(3, 0)$ ,  $(3, 2)$ ,  $(0, 4)$ ,  $(-2, 2)$  e  $(-2, -5)$ .

**R:**  $\boxed{\int_{\gamma} = 130}$

---

3. Calcolare l'integrale curvilineo complesso

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z - z_0} dz$$

dove  $z_0 = (1+i)/2$  e  $\gamma$  è la curva  $z = t + i \sin(\pi t)$  per  $t \in [0, 1]$ .

**R:**  $\boxed{\int_{\gamma} = -3\pi i/2}$

---

4. Operando la sostituzione  $z = \cos(t) + i \sin(t)$ , trasformare l'integrale reale

$$\int_0^{\pi} \frac{(\cos t)^2}{2 + \cos t} dt.$$

in un integrale di variabile complessa e calcolarlo.

**R:**  $\boxed{\int = \pi(4\sqrt{3} - 6)/3}$

---

5. Per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$ , il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) - \sin(at) \\ y'(t) = -x(t) - \cos(at) \\ x(0) = 0, y(0) = 0 \end{cases}$$

ha delle soluzioni non limitate? Risolvere il sistema per tali valori.

**R:**  $\boxed{\text{Solo per } a = 1: x(t) = -t \sin t, y(t) = -t \cos t}$

---