

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Sesto Appello (23-02-2012)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D |x(1-y)| dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y-2)^2 \leq 4\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \geq y^2\}$.

R: $\boxed{\iint = 17/20}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} (2x - 3y + 4) dx + (3x + 2y - 2) dy$$

dove γ è la curva lineare a tratti che unisce i seguenti punti nell'ordine assegnato: $(3, 0)$, $(3, 2)$, $(0, 4)$, $(-2, 2)$ e $(-2, -5)$.

R: $\boxed{\int_{\gamma} = 130}$

3. Calcolare l'integrale curvilineo complesso

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z - z_0} dz$$

dove $z_0 = (1+i)/2$ e γ è la curva $z = t + i \sin(\pi t)$ per $t \in [0, 1]$.

R: $\boxed{\int_{\gamma} = -3\pi i/2}$

4. Operando la sostituzione $z = \cos(t) + i \sin(t)$, trasformare l'integrale reale

$$\int_0^{\pi} \frac{(\cos t)^2}{2 + \cos t} dt.$$

in un integrale di variabile complessa e calcolarlo.

R: $\boxed{\int = \pi(4\sqrt{3} - 6)/3}$

5. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) - \sin(at) \\ y'(t) = -x(t) - \cos(at) \\ x(0) = 0, y(0) = 0 \end{cases}$$

ha delle soluzioni non limitate? Risolvere il sistema per tali valori.

R: $\boxed{\text{Solo per } a = 1: x(t) = -t \sin t, y(t) = -t \cos t}$
