

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Secondo Appello (14-07-2011)**

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D |y - \sqrt{3}x| dx dy$$

dove  $D$  è l'intersezione tra il cerchio di centro  $(0, 0)$  e raggio 2 e il cerchio di centro  $(2, 0)$  e raggio 2.

**R:**  $\boxed{\iint = 26/3}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \frac{3x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

dove  $\gamma$  è la semicirconferenza di centro  $(-1, 0)$  e raggio 2 percorsa da  $(1, 0)$  a  $(-3, 0)$  e contenuta nel semipiano  $y \geq 0$ .

**R:**  $\boxed{\int_{\gamma} = 4 - 2 \log 3}$

3. Calcolare

$$I_1 = \int_{\gamma} \frac{|z|^2}{z^2} dz \quad \text{e} \quad I_2 = \int_{\gamma} \frac{3}{z - \frac{i}{\sqrt{3}}} dz$$

se  $\gamma$  è la semicirconferenza di centro 0 e raggio 1 percorsa da  $z_0 = 1$  a  $z_1 = -1$  e passante per  $z_2 = i$ .

**R:**  $\boxed{I_1 = 2, I_2 = 4\pi i}$

4. Calcolare l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 - 2ix - 2)(x^2 + 1)^2} dx.$$

**R:**  $\boxed{\int = -\pi/50}$

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = 2 \sin(t) + 2 \cos(t) \\ x(0) = 1, x'(0) = -1 \end{cases}$$

e determinare una successione  $\{t_n\}_{n \geq 0}$  tale che  $t_n \rightarrow +\infty$  e  $\{x(t_n)\}_{n \geq 0}$  è limitata.

**R:**  $\boxed{x(t) = \cos(t) + t(\sin(t) - \cos(t)), \text{ ad esempio } t_n = \pi/4 + 2n\pi \text{ per } n \geq 0}$