

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Quinto Appello (14-02-2012)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D (3+x)(\sqrt{3}+y) dx dy$$

dove D è l'intersezione dei tre cerchi centrati in $(1, 0)$, $(-1, 0)$ e $(0, \sqrt{3})$ e raggio 2.

R: $\boxed{\iint = 8(\sqrt{3}\pi - 3)}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} (x^3 + 2xy - x) dx + (yx^2 + y^3) dy$$

dove γ è la curva formata dall'unione dell'arco di circonferenza da $(1, 0)$ a $(0, 1)$ passante per $(2, 1)$ e dal segmento da $(0, 1)$ a $(1, 0)$.

R: $\boxed{\int_{\gamma} = 1/6}$

3. Calcolare la parte principale dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{2 \sin(2z)e^z}{(2 + 3z^2)z^4}$$

in un intorno di $z_0 = 0$.

R: $\boxed{\frac{2}{z^3} + \frac{2}{z^2} - \frac{10}{3z}}$

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{2x^2 + 1}{(x^4 + x^2 + 1)(x^2 + 1)^2} dx.$$

R: $\boxed{f = \pi/4}$

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'''(t) = 4x'(t) + 4 \\ x(0) = 0, x'(0) = 1, x''(0) = -4 \end{cases} .$$

Esiste $t_0 > 100$ tale che $x(t_0) = 0$?

R: $\boxed{x(t) = 1 - t - e^{-2t}, \text{ esiste } t_0 \in (0, 1) \text{ tale che } x(t_0) = 0.}$
