

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

**Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Quinto Appello (14-02-2012)**

---

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

---

1. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D (3+x)(\sqrt{3}+y) dx dy$$

dove  $D$  è l'intersezione dei tre cerchi centrati in  $(1, 0)$ ,  $(-1, 0)$  e  $(0, \sqrt{3})$  e raggio 2.

**R:**  $\boxed{\iint = 8(\sqrt{3}\pi - 3)}$

---

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} (x^3 + 2xy - x) dx + (yx^2 + y^3) dy$$

dove  $\gamma$  è la curva formata dall'unione dell'arco di circonferenza da  $(1, 0)$  a  $(0, 1)$  passante per  $(2, 1)$  e dal segmento da  $(0, 1)$  a  $(1, 0)$ .

**R:**  $\boxed{\int_{\gamma} = 1/6}$

---

3. Calcolare la parte principale dello sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{2 \sin(2z)e^z}{(2 + 3z^2)z^4}$$

in un intorno di  $z_0 = 0$ .

**R:**  $\boxed{\frac{2}{z^3} + \frac{2}{z^2} - \frac{10}{3z}}$

---

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{2x^2 + 1}{(x^4 + x^2 + 1)(x^2 + 1)^2} dx.$$

**R:**  $\boxed{f = \pi/4}$

---

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'''(t) = 4x'(t) + 4 \\ x(0) = 0, x'(0) = 1, x''(0) = -4 \end{cases} .$$

Esiste  $t_0 > 100$  tale che  $x(t_0) = 0$ ?

**R:**  $\boxed{x(t) = 1 - t - e^{-2t}, \text{ esiste } t_0 \in (0, 1) \text{ tale che } x(t_0) = 0.}$

---