

Matematica Discreta

Martedì 6 luglio 2010

Esercizio 1. Dimostrare che per ogni intero positivo n :

$$(a) \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{n} \quad \text{e} \quad (b) \quad 1 + \frac{n}{2} \leq \sum_{k=1}^{2^n} \frac{1}{k}.$$

Esercizio 2. Una successione $\{a_n\}_{n \geq 0}$ soddisfa la seguente equazione ricorsiva per $n \geq 2$

$$6a_n = a_{n-1} + a_{n-2}.$$

Determinare tutti i valori interi di a_0 e a_1 tali che $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n = 1$.

Esercizio 3. Un dado viene lanciato 9 volte.

- (a) Calcolare la probabilità che 3 lanci consecutivi di questi 9 diano nell'ordine i valori 1, 2 e 3.
 - (b) Calcolare la probabilità che su questi 9 lanci, i numeri 1, 2, 3, 4, 5 e 6 compaiano tutti almeno una volta.
-

Esercizio 4. I lati di un decagono regolare vengono colorati usando 2 colori diversi.

- (a) Quante sono le colorazioni che non sono equivalenti per rotazione?
 - (b) Quante delle colorazioni determinate in (a) hanno almeno una coppia di lati opposti di colore diverso?
-