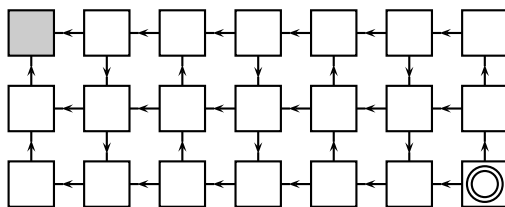


## Matematica Discreta

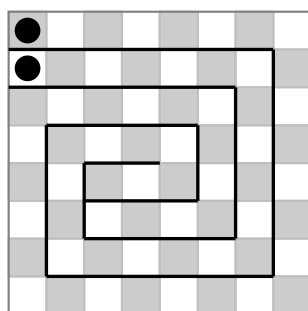
Esercizi della settimana settimana - Venerdì 23 aprile 2010

**Esercizio 1.** Due giocatori muovono a turno una pedina spostandola di una o due caselle lungo le direzioni specificate dal seguente schema. Si parte dalla casella in basso a destra e vince chi riesce a muovere la pedina nella casella finale posta in alto a sinistra.



Il gioco è favorevole al primo o al secondo giocatore? Descrivere la strategia “vincente”.

**Esercizio 2.** Due giocatori muovono a turno una delle due pedine lungo il percorso a spirale evidenziato sulla scacchiera.



Se la pedina da muovere sta su una casella nera allora può essere spostata in avanti di 1, 2, 3 o 4 caselle mentre se sta su una casella bianca può essere spostata solo di 1 o 2 caselle. Perde il giocatore che non può più muovere.

Il gioco è favorevole al primo o al secondo giocatore? Descrivere la strategia “vincente”.

**Esercizio 3.** Su  $r$  righe sono disposte  $n_1, n_2, \dots, n_r$  pedine. Due giocatori a turno possono togliere 1 o 2 pedine da una riga oppure dividere una riga in due righe non vuote. Vince chi riesce a prendere l'ultima pedina. Se  $r = 3$  e  $(n_1, n_2, n_3) = (3, 4, 5)$  qual è il giocatore favorito?

**Esercizio 4.** Partendo da un numero razionale positivo  $p/q$  due giocatori a turno possono togliere 1 al numeratore se questo è maggiore di 1 oppure togliere 1 al denominatore se questo è maggiore di 1. Dopo ciascuna mossa la frazione viene ridotta ai minimi termini e vince chi riesce a ottenere 1. Supponendo che il numeratore e il denominatore della frazione iniziale siano la somma degli esiti di tre dadi qual è la probabilità che il gioco sia favorevole al 1° giocatore?

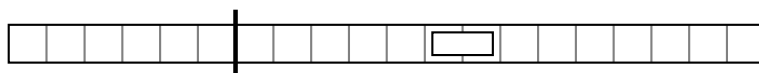
**Esercizio 5.** Consideriamo una striscia di caselle lunga  $n$ . Due giocatori a turno possono:

- posizionare una tessera  $1 \times 2$  sulla striscia;
- tagliare una componente vuota della striscia in due sottostrisce di lunghezza positiva.

Perde il giocatore che non può più muovere.

(a) Calcolare il valore della funzione di Grundy per la striscia lunga  $n$ .

(b) Valutare la seguente posizione di gioco e, se fosse favorevole, indicare tutte le mosse vincenti.



**Esercizio 6.** Dato un numero intero  $n \geq 2$ , due giocatori a turno possono: sottrarre 1 al numero corrente oppure dividere il numero corrente per un suo divisore primo. Vince il giocatore che riesce a ottenere 1. Determinare i numeri interi nell'intervallo  $[2, 24]$ , che sono favorevoli al primo giocatore.