

1. Siano l e m le rette in \mathbf{R}^2 date dalle equazioni cartesiane

$$3x_1 - 2x_2 + 1 = 0, \quad 2x_1 + x_2 - 3 = 0.$$

- (i) Trovare equazioni parametriche per l ed m .
 (ii) Calcolare l'intersezione di l ed m .

2. Sia l la retta data dall'equazione $x_1 + x_2 = 5$. Sia m la retta di equazione parametrica

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbf{R}.$$

- (i) Calcolare il punto di intersezione \mathbf{q} di l ed m .
 (ii) Trovare un'equazione cartesiana della retta che passa per \mathbf{q} e il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Sia l la retta di equazione $2x_1 + 2x_2 + 3 = 0$. Sia $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- (i) Calcolare un'equazione cartesiana per la retta m_1 che passa per \mathbf{p} ed è parallela ad l .
 (ii) Calcolare un'equazione cartesiana per la retta m_2 che passa per \mathbf{p} ed è ortogonale ad l .
 (iii) Trovare il punto di intersezione di m_1 ed m_2 .

4. Sia l la retta in \mathbf{R}^2 di equazione $x_2 = -3$.

- (i) Trovare un vettore normale ad l .
 (ii) Trovare un altro vettore normale ad l .
 (iii) Calcolare un'equazione parametrica per l .
 (iv) Calcolare un'altra equazione parametrica per l .

5. Siano π e π' due piani in \mathbf{R}^3 di equazioni cartesiane

$$3x_1 - 2x_2 + 1 = 0, \quad x_1 - 3x_3 - 2 = 0.$$

- (i) Trovare equazioni parametriche per π e π' .
 (ii) Calcolare un'equazione parametrica per la retta intersezione $\pi \cap \pi'$.

6. Siano π_1 e π_2 due piani in \mathbf{R}^3 di equazioni parametriche

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda, \mu \in \mathbf{R}$$

e

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \rho, \sigma \in \mathbf{R}.$$

- (i) Calcolare un'equazione cartesiana dell'intersezione $\pi_1 \cap \pi_2$.
 (ii) Calcolare un'equazione parametrica dell'intersezione $\pi_1 \cap \pi_2$.

7. Siano l e m le rette in \mathbf{R}^3 di equazioni parametriche

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbf{R}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbf{R}.$$

- (i) Calcolare l'intersezione $l \cap m$.
- (ii) Trovare una retta che incontra sia l che m .

8. Sia π il piano in \mathbf{R}^3 di equazione $2x_1 + x_3 = 3$.

- (i) Trovare un vettore normale a π .
- (ii) Trovare un altro vettore normale a π .
- (iii) Calcolare un'equazione parametrica per π .
- (iv) Calcolare un'altra equazione parametrica per π .

9. Sia π il piano di equazione $x_1 + 2x_2 - x_3 + 3 = 0$. Sia $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- (i) Calcolare un'equazione cartesiana per il piano π_1 che passa per \mathbf{p} ed è parallelo a π .
- (ii) Calcolare un'equazione parametrica per la retta l che passa per \mathbf{p} ed è ortogonale a π .
- (iii) Trovare i punti di intersezione $\pi \cap l$ e $\pi_1 \cap l$.
- (iv) Calcolare la distanza fra i due punti nella parte (iii).

10. Sia $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^3$ il punto di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e sia m la retta di equazione parametrica

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbf{R}.$$

- (i) Calcolare un'equazione cartesiana del piano π che passa per m e \mathbf{p} .
- (ii) Calcolare un'equazione parametrica della retta l contenuta in π , passante per \mathbf{p} e perpendicolare a m .
- (iii) Calcolare il punto di intersezione $l \cap m$.