

ANALISI MATEMATICA I (INGEGNERIA) A.A. 2008/2009
Appello scritto del 18 Settembre 2009

A

I & II parte (10 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=3}^{\infty} \ln \left(\cos \left(\frac{1}{\sqrt{k}} \right) \right) \arctan \left(\frac{1}{3\sqrt{k}} \right)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \ln(\cos(\sqrt{x})); \quad g(x) = e^{-1/x}; \quad h(x) = x \ln(3x)$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{1}{2})$.

I parte (5 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(n^2) \right)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \ln(\cos(\sqrt{x})); \quad g(x) = e^{-1/x}; \quad h(x) = x \ln(3x)$$

4. Utilizzando i teoremi sulle funzioni continue, provare che esiste un **unico** $x \in (0, 1)$ tale che $e^{-x} - x^4 = 2x^2 - \frac{1}{2}$

(Suggerimento: si consideri $f(x) = e^{-x} - x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2}$ e si calcolino $f(0)$ e $f(1)$...)

II parte (5 CFU)

1. Risolvere la seguente equazione in \mathbf{C} e rappresentarne graficamente le soluzioni nel piano complesso:

$$\frac{1}{(z-1)^3} = i$$

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=3}^{\infty} \ln \left(\cos \left(\frac{1}{\sqrt{k}} \right) \right) \arctan \left(\frac{1}{3\sqrt{k}} \right)$$

3. Calcolare il limite, se esiste:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} e^{t^2} dt}{\cos x - 1}$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{1}{2})$.

ANALISI MATEMATICA I (INGEGNERIA) A.A. 2008/2009
Appello scritto del 18 Settembre 2009

B

I & II parte (10 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{e \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=5}^{\infty} \left(e^{(k^{-1/3})} - 1 \right) \sin \left(k^{-1/3} \right)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x} \ln(1+3x); \quad g(x) = \frac{1 - \cos x}{\tan(7x)}; \quad h(x) = x^x - 1$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{2-\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{3}{2})$.

I parte (5 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{e \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(n\sqrt{n} - 1)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x} \ln(1+3x); \quad g(x) = \frac{1 - \cos x}{\tan(7x)}; \quad h(x) = x^x - 1$$

4. Utilizzando i teoremi sulle funzioni continue, provare che esiste un **unico** $x \in (\pi/2, 1)$ tale che $\sin x = x/2$ (Suggerimento: si consideri $f(x) = \sin x - x/2$ e si calcolino $f(\pi/2)$ e $f(\pi) \dots$)

II parte (5 CFU)

1. Risolvere la seguente equazione in \mathbf{C} e rappresentarne graficamente le soluzioni nel piano complesso:

$$\frac{1}{(z+i)^3} = \frac{1+i}{1-i}$$

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=5}^{\infty} \left(e^{(k^{-1/3})} - 1 \right) \sin \left(k^{-1/3} \right)$$

3. Calcolare il limite, se esiste:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^3} e^{t^2} dt}{\tan^2 x}$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{2-\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{3}{2})$.

ANALISI MATEMATICA I (INGEGNERIA) A.A. 2008/2009
Appello scritto del 18 Settembre 2009

C

I & II parte (10 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=7}^{\infty} \frac{1}{\ln k} (e^{-1/k} - 1)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = e^{-7/x}; \quad g(x) = (1 + \cos x)x^{\arctan(1/x)}; \quad h(x) = \frac{\ln(1 + \tan x)}{\sqrt{x+1}}$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{1}{2})$.

I parte (5 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \arctan\left(\frac{1}{n}\right)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = e^{-7/x}; \quad g(x) = (1 + \cos x)x^{\arctan(1/x)}; \quad h(x) = \frac{\ln(1 + \tan x)}{\sqrt{x+1}}$$

4. Utilizzando i teoremi sulle funzioni continue, provare che esiste un **unico** $x \in (0, \pi/2)$ tale che $\sin x = e^{-x}$ (Suggerimento: si consideri $f(x) = \sin x - e^{-x}$ e si calcolino $f(0)$ e $f(\pi/2)$...)

II parte (5 CFU)

1. Risolvere la seguente equazione in **C** e rappresentarne graficamente le soluzioni nel piano complesso:

$$\frac{1}{(z+1)^3} = i$$

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=7}^{\infty} \frac{1}{\ln k} (e^{-1/k} - 1)$$

3. Calcolare il limite, se esiste:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{-x^2}^0 e^{t^2} dt}{\cos x - 1}$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{1}{2})$.

ANALISI MATEMATICA I (INGEGNERIA) A.A. 2008/2009
Appello scritto del 18 Settembre 2009

D

I & II parte (10 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{e \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=6}^{\infty} \frac{1}{\ln^5 k} (e^{1/k} - 1)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = x^x - 1; \quad g(x) = \sin^2 x \frac{\sqrt{1/x+1} - \sqrt{1/x}}{\tan x}; \quad h(x) = e^{-8/x^2}$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{2-\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{3}{2})$.

I parte (5 CFU)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{e \ln x}{x}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Servirsi dello studio effettuato per tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) - \frac{1}{n} \right)$$

3. Scrivere le seguenti funzioni infinitesime in ordine di infinitesimo crescente, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = x^x - 1; \quad g(x) = \sin^2 x \frac{\sqrt{1/x+1} - \sqrt{1/x}}{\tan x}; \quad h(x) = e^{-8/x^2}$$

4. Utilizzando i teoremi sulle funzioni continue, provare che esiste un **unico** $x \in (-1, 0)$ tale che $e^x = -x$ (Suggerimento: si consideri $f(x) = e^x + x$ e si calcolino $f(-1)$ e $f(0) \dots$)

II parte (5 CFU)

1. Risolvere la seguente equazione in \mathbf{C} e rappresentarne graficamente le soluzioni nel piano complesso:

$$-\frac{1}{(z+i)^3} = \frac{i+1}{i-1}$$

2. Studiare il carattere della serie:

$$\sum_{k=6}^{\infty} \frac{1}{\ln^5 k} (e^{1/k} - 1)$$

3. Calcolare il limite, se esiste:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{-x^3}^0 e^{t^2} dt}{\tan^2 x}$$

4. Trovare per quali valori di α è convergente l'integrale:

$$I(\alpha) = \int_0^{2-\alpha} \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

Inoltre calcolare, se esiste finito, $I(\frac{3}{2})$.