

Esercizio 1 a) Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ per i quali le seguenti serie convergono.

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2} \cos(n\pi)\right)^n z^n$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+(-1)^n)^n}{n^2} z^n$

b) Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{R}$ per i quali la seguente serie converge.
 $\sum_{n=2}^{\infty} (\ln(n+3) - \ln(n))^n z^n$

Osservazione: I precedenti risultati mostrano che la conoscenza del raggio di convergenza di una serie di potenze assegnata non consente di dedurre nulla sulla convergenza della serie per gli z il cui modulo è pari al raggio di convergenza.

Esercizio 2 Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{R}$ per i quali la seguente serie converge: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + (-2)^{n-1}}{n} z^n$.

Esercizio 3 Determinare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze:
 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3+4i)((n+5)!)^4}{(4n+2)!} z^n$

Esercizio 4 Determinare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze: $\sum_{n=2}^{\infty} (\pi + 2i)^{2n+1} \left(\frac{\ln(n)+1}{\ln(n)}\right)^{n \ln(n)} z^n$

Esercizio 5 Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{R}$ per i quali la seguente serie converge: $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n!}{n^n}\right) (x^2 - 3e^{1/3})^{3n+1}$.

Esercizio 6 Calcolare la parte intera e le prime tre cifre dopo la virgola di

$$\int_0^1 e^{t^2} dt.$$

Esercizio 7 Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\ln(1+x)}^{\sin(x)} e^{t^2} dt}{\ln(1 + \sqrt{x}) \sin(\sqrt{x^3})}$$

Esercizio 8 Calcolare il polinomio di Taylor di grado 11 centrato in 0 della funzione

$$\int_0^x \frac{1}{12t^7 + 9t^3 - 3} dt$$

Esercizio 9 Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{1}{1+3t^3+t^7} - e^{3t^3} dt}{\ln(x^2 + 1) \sin(\sqrt{x}) \tan(\sqrt{x^9})}$$