Esercizio 1 Calcolare l'area del sottoinsieme di $\mathbb{C}$ definito dalla disequazione $(z\bar{z})^4 - 3(z\bar{z})^2 - 2 \leq 0$

Esercizio 2 Trovare il perimetro del poligono convesso i cui vertici sono le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $z^6 = e + \pi i$.

Esercizio 3 Trovare l'area del poligono convesso i cui vertici sono le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z + 4 + 2i)^4 = \sqrt{7} - i$.

Esercizio 4 Trovare le soluzioni in $\mathbb{C}$ delle equazioni $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ e $z^4 - z^3 + z^2 - z + 1 = 0$.

Esercizio 5 Trovare il minimo dell'insieme

$$\{|z - w| : z, w \in \mathbb{C}, |z - 2 + i| \leq 1, |w - 6 + 8i| \leq 2\}.$$

Esercizio 6 Sia $p(z) = z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0$ un polinomio a coefficienti reali ($a_i \in \mathbb{R}$). Assumendo che i numeri complessi $e + i$ e $1 + i\pi$ siano soluzioni dell'equazione $p(z) = 0$, determinare i coefficienti a_i.
Suggerimento: usare il teorema fondamentale dell'algebra e $\overline{ab} = \bar{a}\bar{b}$.

Esercizio 7 Disegnare sul piano complesso l'insieme degli z soddisfacenti l'equazione $|z - 3| = |z + 2i - 5|$.

Esercizio 8 Trovare le soluzioni complesse dell'equazione $z^3 - \bar{z}(i - 1) = 0$

Esercizio 9 Studiare la convergenza delle seguenti successioni a valori complessi:
$\{e^{i\frac{3n\pi}{4}}\}$
$\{e^{in}\}$
$\{n^2 \ln(1 + \frac{1}{n}) - n^2(e^{\frac{1}{n}} - 1) + i(e^{2n} \ln(1 + \frac{1}{e^n}) - e^{2n}(e^{\frac{1}{e^n}} - 1))\}$
$(3 + 2i)\frac{e^{in}}{\sqrt{n}}$

Esercizio 10 Calcolare le somme delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5^k}{10^{3k+1}}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{5^k k}$$

$$\sum_{k=4}^{\infty} \frac{(-1)^{k-4} 5^{2k-8}}{(k-4)!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k 5^{3k+1}}{(2k+1)!}$$

Esercizio 11 Calcolare nell'ordine dato le somme delle seguenti serie:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{k!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 - k}{k!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{k!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5^k(3k^2 + 2k + 4)}{k!}$$

Suggerimento: $k^2 - k = k(k-1)$

Esercizio 12 Usando la serie geometrica $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$, esprimere in forma di frazione fra numeri interi i seguenti numeri reali periodici:
$12,\overline{13}$
$4,\overline{3}$
$4,2\overline{3}$.