

**Test di autovalutazione per il corso di
Analisi Matematica 1
(canali Car-Cos e Sda-Z).
Tempo a disposizione: 2 ore**

December 9, 2009

Esercizio 1

Sia

$$f(x) = \arcsin(|x^2 - x| - 1).$$

- a) Determinare il dominio di definizione di $f(x)$ e i limiti di $f(x)$ agli estremi del suo dominio.
- b) Calcolare $f'(x)$. Determinare il dominio di definizione di $f'(x)$ e i limiti di $f'(x)$ agli estremi del suo dominio. Determinare i punti di non derivabilità di $f(x)$ specificando il tipo di non derivabilità. Determinare i punti di massimo e/o minimo relativo e gli intervalli di monotonia di $f(x)$.
- c) Calcolare $f''(x)$. Determinare il dominio di definizione di $f''(x)$ e i limiti di $f''(x)$ agli estremi del suo dominio.
- d) Usando i risultati ottenuti ai punti a), b) e c) tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$.
- e) **Facoltativo:** Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione $f''(x) = 0$. Discutere la convessità e la concavità di $f(x)$.

Esercizio 2

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 5x^2} - \sqrt[3]{x^6 + 3x^4}}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt[3]{x^3 + 2}}$$

Esercizio 3

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{n^6+n^3}{3n^9+1}} - \sin\left(\frac{2n^6+1}{6n^9+5}\right) - 1}{\sin^7\left(\ln^{3/7}\left(\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right)}$$