

Appello 4 Calcolo 2 Fisica 19.07.2019

Non é consentito l'uso di libri o fotocopie, ad eccezione del materiale scritto a mano con le formule. Non é consentito l'uso di strumenti di comunicazione.

Durante l'esame NON é consentito lasciare l'aula o fare domande.

Un esercizio, senza la giustificazione dei passaggi eseguiti, NON sarà preso in considerazione.

Le risposte non motivate, senza calcoli o incomprensibili non saranno prese in considerazione.

CONSEGNARE SOLO QUESTI FOGLI.

1. (6 pt)

Si risolva il problema di Cauchy

$$y' - y \cos x = y^2 \cos x,$$

$$y(0) = 1.$$

trovando

a) prima una soluzione locale, cio `e la soluzione definita su un qualsiasi intervallo aperto contenente 0 ,

b) e poi la soluzione massimale, cio `e il prolungamento massimale della soluzione locale.

2. (6 pt) Si calcoli l'area della sezione del solido cilindrico

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, z \geq 0\}$$

con il piano di equazione

$$z = x + y.$$

3. (6 pt) Si calcoli il flusso uscente del campo vettoriale piano

$$V(x, y) = \left(\frac{3x}{x^2 + y^2}, -\frac{3y}{x^2 + y^2} \right), (0, 0) \neq (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

dal disco di centro $(0, 0)$ e raggio 1.

4 (6 pt) Si consideri la funzione periodica con periodo 2π $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita con la formula

$$f(x) = \cos x, \text{ se } |x| \leq \pi/2,$$
$$f(x) = -1, \text{ se } \pi/2 < |x| \leq \pi.$$

A) Si determini la serie di Fourier di f e la serie di Fourier di f' e si studi la convergenza puntuale delle serie di Fourier.

B) Si calcoli

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f'(x)|^2 dx.$$

5 (6pt) Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \sqrt{\pi}e^{-4x^2}.$$

Si calcoli la trasformata Fourier di f .