

Appello 3 Calcolo 2 Fisica 19.06.2019

Non é consentito l'uso di libri o fotocopie, ad eccezione del materiale scritto a mano con le formule. Non é consentito l'uso di strumenti di comunicazione.

Durante l'esame NON é consentito lasciare l'aula o fare domande.

Un esercizio, senza la giustificazione dei passaggi eseguiti, NON sarà preso in considerazione.

Le risposte non motivate, senza calcoli o incomprensibili non saranno prese in considerazione.

Consegnare solo questi fogli.

1. (6 pt)

Calcolare (usando il teorema di Stokes) la seguente integrale curvilineo

$$\int_{\partial S} x dx + z^2 dy + y dz,$$

dove S è il grafico della funzione $z = 4 + xy$ definita sul $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$.

2. (6 pt) Si calcoli il volume del solido definito d'alle equazioni

$$x^2 + y^2 \leq z^2,$$

e

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq z.$$

3. Consideriamo i sistemi
(3 pt) **A.**

$$x' = -y - x^3$$

$$y' = x - y^3$$

(3 pt) **B.**

$$x' = -y + x^3$$

$$y' = x + y^3$$

Usando la funzione di Liapounov $V(x, y) = x^2 + y^2$, determinare se l'origine é stabile o instabile.

4 (6 pt) Si consideri la funzione periodica $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kx}{2^k}.$$

Si dimostri che f è una funzione continua di classe \mathcal{C}^1 e si calcoli

$$\int_{-3\pi}^{3\pi} |f(x)|^2 dx.$$

Si trovi il sviluppo di Fourier della funzione f' .

5 (6pt) Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = e^{-|x|}.$$

Si calcoli la trasformata Fourier di f .