

## Appello 2 Calcolo 2 Fisica 15.02.2019

Non é consentito l'uso di libri o fotocopie, ad eccezione del materiale scritto a mano con le formule. Non é consentito l'uso di strumenti di comunicazione.

Durante l'esame NON é consentito lasciare l'aula o fare domande.

Un esercizio, senza la giustificazione dei passaggi eseguiti, NON sarà preso in considerazione.

Le risposte non motivate, senza calcoli o incomprensibili non saranno prese in considerazione.

Consegnare solo questi fogli.

---

1. (6 pt)

Dato il sistema di equazioni differenziali

$$x' = x + y + z$$

$$y' = y + z$$

$$z' = z$$

si determini la soluzione con condizioni iniziali  $x(0) = y(0) = z(0) = 1$ . Si studi la stabilità dell'origine per il sistema in generale.

**2.** ( 6 pt) Si trovino le soluzioni differenziabili di periodo  $2\pi$  dell'equazione

$$y' + y(\pi - t) = \cos t + \cos(2t).$$

(Suggerimento: si può usare la serie di Fourier).

**3.** ( 3 pt) **A.** Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) | x + y + z \geq 1, x^2 + y^2 + z^2 = 5\}.$$

L'orientazione di  $S$  è tale che il versore normale è orientato verso basso. Si calcoli l'integrale:

$$\int_{\partial S} -y dx + x dy.$$

( 3 pt) **B** Si calcoli l'integrale:

$$\int_S z \, d\sigma.$$

4 (3 pt)**A** Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(t) = 1$ , se  $|t| < 1$ ,  $f(t) = 0$  se  $|t| \geq 1$ . Si calcoli la trasformata Fourier di  $f$ .

(3 pt)**B** Si consideri la funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(t) = \frac{(\sin t)^2}{t^2}, t \neq 0, g(0) = 1.$$

Si dimostri che  $g$  è integrabile secondo Lebesgue e si calcoli l'integrale

$$\int_{\mathbb{R}} g(t) \, dt.$$

**5** (6pt) Si consideri la funzione  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$f(t) = (\cos t)^7.$$

Si calcoli la serie Fourier di  $f$ .