

## Appello 1 Calcolo 2 Fisica 25.01.2019

Non é consentito l'uso di libri o fotocopie, ad eccezione del materiale scritto a mano con le formule. Non é consentito l'uso di strumenti di comunicazione.

Durante l'esame NON é consentito lasciare l'aula o fare domande.

Un esercizio, senza la giustificazione dei passaggi eseguiti, NON sarà preso in considerazione.

Le risposte non motivate, senza calcoli o incomprensibili non saranno prese in considerazione.

Consegnare solo questi fogli.

---

1. (6 pt)

Dato il sistema di equazioni differenziali

$$x' = y - x^3$$

$$y' = -3x^5$$

si studi la stabilità dell'origine trovando una eventuale funzione di Lyapunov (suggerimento: si provi con polinomi della forma  $x^n + y^m$ ).

2. ( 6 pt) Si risolva l'equazione differenziale:

$$y' + \frac{y(x + y + 1)}{2y + x} = 0,$$

con la condizione iniziale  $y(1) = -1$  (suggerimento: si trovi un fattore integrante).

**3.** ( 3 pt) **A.** Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) | z = 2 - x - y, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

L'orientazione di  $S$  è tale che il versore normale è orientato verso alto. Si calcoli (con il teorema di Stokes) l'integrale:

$$\int_{\partial S} -y^3 dx + x^3 dy + dz.$$

( 3 pt) **B** Si rifaccia lo stesso calcolo direttamente, con la definizione dell'integrale di una forma differenziale lungo la curva  $\partial S$ .

4 (6 pt) Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) | z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\},$$

orientata nel verso della normale interna del paraboloido  $S$ .

Si consideri il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z).$$

Calcolare il flusso del campo vettoriale  $\vec{F}$  attraverso  $S$ .

**5** (3pt)**A** Si consideri la funzione  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow R$ :

$$f(t) = |t|,$$

estesa, con periodo  $2\pi$ , su tutto l'insieme dei numeri reali  $R$ . Si calcoli la serie Fourier di  $f$ .

(3 pt)**B** Si consideri la funzione  $g : R \rightarrow R$

$$g(t) = \sum_{k=1}^{10} \cos(kt), t \in R.$$

Si usi il punto precedente per calcolare

$$\int_{[-\pi, \pi]} f(t)g(t) dt.$$