

UNIVERSITÀ di ROMA TOR VERGATA
FACOLTÀ di
SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI

Argomenti di Matematica delle prove di valutazione
Anno 2003-04

A. *Manipolazioni algebriche, semplificazioni; calcolo elementare con le frazioni e loro conversione in forma decimale. Massimo comun divisore, minimo comune multiplo, numeri primi e decomposizione dei numeri interi come prodotto di numeri primi. Valore assoluto. Ordinamento e confronto di numeri. Esempi:*

1. Qual è il valore della seguente espressione

$$\left[\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{3 - \frac{1}{4}} \right] \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$

- 1.1 $\frac{43}{20}$
1.2 $-\frac{43}{22}$
1.3 $-\frac{43}{20}$
1.4 $\frac{43}{20}$

2. Quale dei numeri seguenti è il più grande: 1.48 , $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $|\frac{5}{3} - 3|$?

- 2.1 1.48
2.2 $\frac{3}{2}$
2.3 $\frac{5}{3}$
2.4 $|\frac{5}{3} - 3|$

B. *Proporzioni, percentuali*

3. Un lavoratore deve assemblare 147 PC e ne ha finora completati 47. Qual è lo stadio di avanzamento del suo lavoro (arrotondando alla seconda cifra decimale)?

- 3.1 53.14%
3.2 111.12%
3.3 31.97%
3.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

4. Un CD è costato 13 euro grazie a uno sconto del 20%. Quale sarebbe stato il prezzo, in euro, senza lo sconto?

- 4.1 15
4.2 15.60
4.3 10.40
4.4 16.25

5. 100 grammi di una soluzione contengono 17 grammi di sale. Quanti grammi di sale contengono 200 grammi della stessa soluzione?

- 5.1 8.5
5.2 34
5.3 22.3
5.4 117

C. Polinomi: operazioni fra polinomi, prodotti notevoli, scomposizione in fattori. Semplificazione delle espressioni razionali fratte. Esempi:

6. Il polinomio $5x^2 + 8x - 4$ ha come radici

- 6.1 2 e $\frac{2}{5}$.
6.2 -2 e $\frac{1}{5}$.
6.3 2 e $-\frac{1}{5}$.
6.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

7. Sapendo che il polinomio $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ ha una radice uguale a 1, quali sono le altre due?

- 7.1 2 e $\frac{1}{2}$.
7.2 -2 e $-\frac{1}{2}$.
7.3 Non ci sono altre radici reali.
7.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

8. Il risultato della semplificazione della funzione razionale

$$\frac{(2x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2 - 1}$$

è

- 8.1 $\frac{(2x-1)(x^2+x+1)}{x+1}$.
8.2 $(2x - 1)(x + 1)$.
8.3 $\frac{(2x-1)(x+1)(x^2+x+1)}{x^2-1}$ (numeratore e denominatore sono già primi tra loro).
8.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

D. Equazioni di primo grado risoluzione problemi che si riconducono a equazioni di primo grado. Sistemi di primo grado a due e tre incognite. Esempi:

9. Un mattone pesa 1kg più il peso di mezzo mattone. Quanti kg pesa il mattone?

- 9.1 2
9.2 1.5
9.3 2.5
9.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

10. Dato il sistema

$$\begin{aligned}x + 2y &= 1 \\ 2x + y &= 0\end{aligned}$$

allora

- 10.1 esso ha come unica soluzione $x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$.
- 10.2 esso ha come unica soluzione $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$.
- 10.3 esso ammette infinite soluzioni.
- 10.4 esso non ammette alcuna soluzione.

E. Equazioni di secondo grado e risoluzione problemi che si riconducono a equazioni di secondo grado. Esempi:

11. Un numero è uguale a 8 volte la sua radice quadrata più 105. Qual è questo numero?

- 11.1 196.
- 11.2 256.
- 11.3 289.
- 11.4 Nessuno di questi.

F. Potenze con esponente reale e logaritmi: prime proprietà. Disequazioni per espressioni contenenti logaritmi e potenze. Esempi:

12. Quale delle seguenti relazioni è vera?

- 12.1 $\log_3 5 + \log_3 7 < 3$.
- 12.2 $\log_3 5 + \log_3 7 = 3$.
- 12.3 $3 < \log_3 5 + \log_3 7 < 4$.
- 12.4 $4 < \log_3 5 + \log_3 7$.

G. Disequazioni algebriche di primo, di secondo grado e di grado superiore al secondo; equazioni e disequazioni razionali, irrazionali, e contenenti valori assoluti. Esempi:

13. Per quali valori dell'incognita x vale la disuguaglianza $3x + 2 \leq 2x + 3$.

- 13.1 $x \leq -1$
- 13.2 $x \leq \frac{2}{3}$
- 13.3 $x \leq 1$
- 13.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

14. Per quali valori dell'incognita x vale la disuguaglianza $\frac{3x+2}{2x+3} \leq 1$.

- 14.1 $-\frac{3}{2} < x \leq 1$.
- 14.2 $1 \leq x < \frac{3}{2}$.
- 14.3 $x \leq 1$.
- 14.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

- 15.** La disuguaglianza $\sqrt{x^2 + 3} \geq 2x$ è
- 15.1 vera unicamente per $-1 \leq x \leq 1$
- 15.2 vera unicamente per $x \leq 1$
- 15.3 vera unicamente per $x \leq -1$
- 15.4 non è mai vera.

H. Trigonometria: misura degli angoli in radianti, circonferenza goniometrica; le funzioni trigonometriche elementari (seno, coseno, tangente) e le identità notevoli tra di esse; le formule di addizione e sottrazione. Esempi:

- 16.** $\sin(180^\circ - x)$ è uguale a
- 16.1 $\sin(x)$.
- 16.2 $-\sin(x)$.
- 16.3 $\cos(x)$.
- 16.4 $-\cos(x)$.

- 17.** I numeri reali x che soddisfano la relazione $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ sono
- 17.1 tutti e soli quelli della forma $x = 2k\pi$, con k intero.
- 17.2 tutti e soli quelli della forma $x = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi$, con k intero.
- 17.3 tutti e soli quelli della forma $x = \frac{1}{2}k\pi$, con k intero.
- 17.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

I. Elementi di geometria euclidea: le proprietà elementari delle principali figure piane; relazioni tra gli elementi di un triangolo, i teoremi di Pitagora di Euclide e di Talete. Conoscenza delle lunghezze della circonferenza, dell'area del cerchio e del volume del cubo, del cilindro, del cono e della sfera. Esempi:

- 18.** Un triangolo rettangolo ha il cateto più piccolo che misura 1cm. Consideriamo un altro triangolo rettangolo, avente gli stessi angoli di quello precedente ed il cateto più piccolo lungo 2cm. L'area della sua superficie è, rispetto a quella del primo triangolo,
- 18.1 il doppio.
- 18.2 il quadruplo.
- 18.3 pari a $\sqrt{2}$ volte.
- 18.4 Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

19. Siano C e Q rispettivamente un cerchio e un quadrato aventi lo stesso perimetro. Allora il rapporto

$$\frac{\text{area di } C}{\text{area di } Q}$$

è

- 19.1 più piccolo di 1
- 19.2 uguale a $\sqrt{2}$
- 19.3 uguale a $\frac{\pi}{3}$
- 19.4 uguale a $\frac{4}{\pi}$.

L. *Conoscenza delle coordinate cartesiane e i primi concetti della geometria analitica del piano. Conoscenza delle equazioni di rette circonferenze e parabole. Saper trovare l'equazione della retta passante per due punti assegnati e di una circonferenza passante per un punto e di centro assegnati. Esempi:*

20. Quale delle seguenti rette passa per i punti $(1, 1)$ e $(-\frac{1}{2}, 0)$?

20.1 $2x - y - 1 = 0.$

20.2 $2x - y + 1 = 0.$

20.3 $-x + 2y - 1 = 0.$

20.4 $2x - 3y + 1 = 0.$

M. *Conoscenza delle principali operazioni sugli insiemi: unione, intersezione, complementare. Esempi:*

21. Siano A e B i seguenti sottoinsiemi dei numeri reali: $A = \{0, 1, \dots, 36\}$ e $B = \{\text{i numeri dispari}\}$. Allora $A \cap B^c$ è l'insieme

21.1 $\{1, 3, \dots, 35\}$

21.2 $\{0, 2, \dots, 36\}$

21.3 \emptyset (l'insieme vuoto).

21.4 nessuna delle risposte precedenti è corretta

22. Siano A l'insieme dei numeri razionali x tali che $x^2 = 4$ e B l'insieme dei numeri interi x tali che $x^2 + 2x - 3 < 0$. Quanti sono gli elementi di $A \cap B$?

22.1 nessuno

22.2 1

22.3 2

22.4 infiniti.

N. *Nozioni elementari di logica. Saper distinguere le ipotesi di una proposizione dalla tesi. Saper distinguere le condizioni necessarie e quelle sufficienti. Sapere esprimere la negazione di una proposizione. Esempi:*

23. Qual è la negazione della frase: "Ogni studente in quest'aula ha letto almeno tre libri" ?

23.1 Tutti gli studenti di quest'aula hanno letto solo due libri.

23.2 Tutti gli studenti di quest'aula hanno letto al più due libri.

23.3 Almeno uno studente in quest'aula ha letto tre libri.

23.4 Nessuna delle precedenti è la negazione della frase data.

24. Siano A e B due insiemi tali che $A \subset B$. Siano inoltre $a \in A$ e $b \in B$. Una sola delle affermazioni seguenti è corretta. Quale?

24.1 $a \in B$ e $b \in A$.

24.2 $a \in B$ ma non necessariamente $b \in A$.

24.3 $b \in A$ ma non necessariamente $a \in B$.

24.4 $a \in B$ ma $b \notin A$.

Soluzioni. 1.4, 2.3, 3.3, 4.4, 5.2, 6.4, 7.2, 8.4, 9.1, 10.2, 11.4, 12.3, 13.3, 14.1, 15.2, 16.1, 17.3, 18.2, 19.4, 20.4, 21.2, 22.2, 23.4, 24.2,