

Esercitazioni di Matematica di Base
Anno Accademico 2011/2012 - Primo Semestre
(Tutore: Andrea del Monaco)

Lista 2

Esercizio 1. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \frac{a|x+1|}{x^2-2|x|-3}$, $a \in \mathbb{R}$. Si risponda alle seguenti richieste:

- 1) al variare di $a \in \mathbb{R}$, determinare il dominio \mathcal{D}_f di f ;
- 2) al variare di $a \in \mathbb{R}$, descrivere il sottoinsieme $\mathcal{P}_f := \{x \in \mathcal{D}_f \mid f(x) > 0\}$ di \mathcal{D}_f , detto *la positività di f* ;
- 3) per $a=4$, dire se esiste $\bar{x} \in \mathcal{D}_f \cap \mathbb{R}^+$ tale che $f(\bar{x}) = -1$. Si può affermare che $-1 \in \text{Im}(f)$?

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \sqrt{x^2-4x-5} - |x-1|$. Si risponda alle seguenti richieste:

- 1) determinare il dominio \mathcal{D}_f di f ;
- 2) determinare la positività \mathcal{P}_f di f ;
- 3) dire se $0 \in \text{Im}(f)$;
- 4) dire se esistono elementi $y \in \text{Im}(f)$ tali che $y < 0$; in caso affermativo, esibirne uno.

Esercizio 3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = 4^x + 2^x + 2$. Si risponda alle seguenti richieste:

- 1) determinare il dominio \mathcal{D}_f di f ;
- 2) determinare la positività \mathcal{P}_f di f ;
- 3) determinare il complementare del sottoinsieme \mathcal{P}_f .

Esercizio 4. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3x-2x^2)$. Si risponda alle seguenti richieste:

- 1) determinare il dominio \mathcal{D}_f di f ;
- 2) determinare la positività \mathcal{P}_f di f ;
- 3) determinare il complementare del sottoinsieme \mathcal{P}_f ;
- 4) dire se $0 \in \text{Im}(f)$;
- 5) dire se $1 \in \text{Im}(f)$.

Esercizio 5. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \log_4 |x^4 - 2x^2 + 1|$. Si risponda alle seguenti richieste:

- 1) determinare il dominio \mathcal{D}_f di f ;
- 2) determinare la positività \mathcal{P}_f di f ;
- 3) dire se $0 \in \text{Im}g(f)$;
- 4) dire se $1 \in \text{Im}g(f)$.

Esercizio 6. Siano $f(x) = 3^{(1 - 2x - 2x^2 - 2x^3)}$ e $g(x) = 3^{3(x^2 - 2x)}$ funzioni reali a valori reali. Si risponda alle seguenti richieste:

- 1) determinare i dominio \mathcal{D}_f e \mathcal{D}_g ;
- 2) determinare le positività \mathcal{P}_f e \mathcal{P}_g ;
- 3) discutere e risolvere $f(x) = 27$;
- 4) discutere e risolvere $g(x) = 1$;
- 5) discutere e risolvere $g(x) - 9f(x) = 0$;
- 6) descrivere l'insieme $\mathcal{S} := \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) - 9f(x) > 0\}$.