

Esercizio 1 Discutere e risolvere in \mathbf{R} le seguenti equazioni.

1) $x + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$;

2) $x + \frac{1}{x} = 0$;

3) $x + |x| = 0$;

4) $\frac{x-3}{2} - \frac{2x+3}{2} = \frac{1}{3}(x - \frac{1}{2}) - \frac{1}{6}(5x - 1)$;

5) $x^2 + x|x| = x$.

Esercizio 2 Discutere e risolvere in \mathbf{R} le seguenti disequazioni

1) $x^2 + |x| \geq 0$;

2) $|5x - 2x| > 4 + x$;

3) $|x^2 - 4| \geq 0$;

4) $x^2 - 4 \geq 0$;

5) $(3 - |x + 5|)|x - 4| < 0$;

6) $|x - 1| < |x + 1|$.

7) $\frac{1}{x-3} > x - 2$.

Esercizio 3 Si dica per quali valori di λ reale esistono soluzioni reali della disequazione

$$-\lambda < \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} < \lambda.$$

Esercizio 4 Per quali valori di a l'equazione $x^2 + ax - 2a^2$ ha 1 tra le sue soluzioni?

Esercizio 5 Stabilire per quali valori del parametro m la seguente equazione di secondo grado:

$$(m + 3)x^2 - 2(m - 3)x + m - 5 = 0$$

- a. Ha due soluzioni reali e positive.
- b. Ha due soluzioni reali e negative.
- c. Ha due soluzioni reali e discordi.

Esercizio 6 Spiegare il senso preciso delle seguenti frasi. Successivamente, dire di ciascuna di esse se è vera o falsa.

- a) Se $b \neq 0$, esiste al più una soluzione dell'equazione $ax + b = 0$
- b) Se $b = 0$, esiste una soluzione dell'equazione $ax + b = 0$.

Esercizio 7 Per una vacanza alle Maldive viene richiesto di versare prima un acconto del 25% e poi sei rate da 300 euro l'una. Quanti euro viene a costare la vacanza?

Esercizio 8 Per un oggetto venduto per corrispondenza, al prezzo di origine bisogna aggiungere il 10% di tasse e 3 euro di spese di spedizione. Se si finisce per spendere 36 euro, quale era il prezzo di origine?