Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 20/09/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare un polinomio P e una costante k tale che si abbia

$$x^{x^4} = \left(x^{P(x)}\right)^{x^2-3} x^k.$$

2) a) Sia $g(x) = \sqrt{\dfrac{e^{7x}}{e^{7x}-2}}$. Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di g.
b) Dire se è vero che per ogni $a > 0$ esiste un numero reale u tale che la funzione g_a definita da $g_a(x) = g(x) + ax$ è crescente in $]u, +\infty[$.
c) Risolvere la disequazione

$$\big((3x^4-1)^7-3\big)(x-5)\big(\ln(100x^2-1)-1\big) < 0.$$

3) a) Dire per quali numeri reali a la serie $\displaystyle\sum_{n=k}^{+\infty} \frac{n^2}{a^n - n^3}$ converge.

b) Dire per quali numeri reali γ, se $a_n > 0$ per ogni n e la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^\gamma$ converge, possiamo dedurre che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

4) a) Determinare, se esiste, al variare di $a \in \mathbf{R}$, il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \exp\left(\frac{x^{25}(3x^2+1)^a}{x^{76}+2}\right)$$

ove si è posto $\exp(y) = e^y$ per ogni $y \in \mathbf{R}$.
b) Calcolare, al variare dei numeri reali a e b, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to+0^+} \frac{x^a}{x\sin(x^2) - \ln(1+x^3) - bx^3} + x^3\ln(x).$$

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 17/07/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare i numeri reali y tali che vale $\left(9^{\pi^3-\pi y^2}\right)^{\dfrac{1}{y-\pi}} = 3$.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione f definita da $f(x) = \sqrt{x^2-7} - x^2$.
b) Risolvere la disequazione : $\frac{\sqrt{x+9}-4}{\sqrt{10-x}-2}(x-7) \leq 0$.

3) a) Dire per quali numeri reali $a > 0$, $b > 0$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n^a+1)^\pi - n^7}{n^b+1}$ converge.
b) Provare che se a e b come sopra sono dati tali che la serie data sopra non converge allora esiste un numero intero positivo k tale che

$$\left| \sum_{n=1}^{k} \frac{(n^a+1)^\pi - n^7}{n^b+1} \right| > 10^{4683}.$$

c) Provare che se a_n e b_n sono successioni reali tali che $a_n - b_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, allora $\arctan(10a_n) - \arctan(10b_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

4) a) Calcolare, al variare di $a > 0$, $b > 0$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{x^a\left(e^{x^2} - x\sin(x) - 1\right)}{\cos(x^b+x) - 1}.$$

b) Calcolare se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to1} x\cos(x^2+x)\, e^{\frac{1}{x^2-1}}$.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 22/06/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare un polinomio P non costante tale che l'espressione $\dfrac{3^{14x^6}-1}{3^{P(x)}-1}$ si possa semplificare, e semplificare tale epressione.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione u definita da $u(x)=\ln(7-x)+\sqrt{x}$.

3) a) Siano $b_n = \dfrac{(n^2+1)^\pi}{n^{\alpha^2}+3}$

a_n definita da $a_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n+2} & \text{se } n \le 7^{12} \\ b_n & \text{se } n > 7^{12} \end{cases}.$

Dire per quali numeri reali α la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

b) Dire per quali numeri reali α la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n b_n$ converge.

c) Provare che se c_n e d_n sono successioni di numeri reali e la successione $c_n + d_n$ è superiormente illimitata, allora almeno una delle due successioni c_n, d_n è superiormente illimitata.

d) Sia f una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $f(2)=0$, $f(x)>0$ per ogni $x \neq 2$, $f(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 1$, $f(x) \underset{x\to-\infty}{\longrightarrow} 1$. Provare che se u_n è una successione di numeri reali tale che $f(u_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, allora $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 2$.

4) a) Calcolare, al variare di $k \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{3\sin(x^2) - x\sin(3x)}{x^k\left(1-(1+x)^{\sqrt{2}}\right)}.$$

b) Calcolare, al variare di $k \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to -1} \frac{\ln(x+2)}{x+k}.$$

c) Calcolare, al variare di $k \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(3^{x^k}+x^2+4)}{x^5 \sin\left(\frac{x}{x^2+3}\right)}.$$

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 22/06/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare un polinomio P non costante tale che l'espressione $\dfrac{3^{22x^{10}}-1}{3^{P(x)}-1}$ si possa semplificare, e semplificare tale epressione.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione u definita da $u(x)=\ln(11-x)+\sqrt{x}$.

3) a) Siano $b_n=\dfrac{(n^2+1)^\pi}{n^{\alpha^2}+3}$

a_n definita da $a_n=\begin{cases}\dfrac{1}{n+2} & \text{se } n\le 7^{12}\\ b_n & \text{se } n>7^{12}\end{cases}$.

Dire per quali numeri reali α la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

b) Dire per quali numeri reali α la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^n b_n$ converge.

c) Provare che se c_n e d_n sono successioni di numeri reali e la successione c_n+d_n è superiormente illimitata, allora almeno una delle due successioni c_n, d_n è superiormente illimitata.

d) Sia f una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $f(2)=0$, $f(x)>0$ per ogni $x\neq 2$, $f(x)\underset{x\to+\infty}{\longrightarrow}1$, $f(x)\underset{x\to-\infty}{\longrightarrow}1$. Provare che se u_n è una successione di numeri reali tale che $f(u_n)\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}0$, allora $u_n\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}2$.

4) a) Calcolare, al variare di $k\in\mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to0^+}\frac{3\sin(x^2)-x\sin(3x)}{x^k\big(1-(1+x)^{\sqrt{2}}\big)}.$$

b) Calcolare, al variare di $k\in\mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to-1}\frac{\ln(x+2)}{x+k}.$$

c) Calcolare, al variare di $k\in\mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(3^{x^k}+x^2+4)}{x^5\sin\left(\frac{x}{x^2+3}\right)}.$$

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 20/02/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Risolvere l'equazione $(x^2-4)^\pi = 3(2x^2-8x+8)^\pi$.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione u definita da $u(x) = (7x-3)^4(5-x)^9$.
b) Calcolare, se esiste, al variare di $b, \alpha \in \mathbf{R}$, il limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \big(u(x) + bx^\alpha\big)$.
c) Provare che se v è una funzione derivabile da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, posto $w(x) = u(x)v(x)$, la derivata della funzione w si annulla in almeno un punto.

3) a) Sia a_n definita da $a_n = \begin{cases} \dfrac{n^2}{n^3+2} & \text{se } n \le 10^{18} \\ \dfrac{3^n(2n^2+1)^{175}}{(2n)!} & \text{se } n > 10^{18} \end{cases}$.

Dire se la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.
b) Dire al variare di $b, \alpha \in \mathbf{R}$ (in particolare per $b = 0$), se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\cos\big(\frac{1}{n}\big) - b\Big)\frac{n^\alpha}{n^8+2}.$$

4) a) Provare che esiste $\delta > 0$ tale che si ha $x - \ln(x+1) > 0$ per ogni $x \in]0, \delta[$.
b) Calcolare, al variare di $b, \alpha \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\big(2x - 2\ln(x+1)\big)^\alpha}{\cos(x) - \cos(2x) + bx^2e^x}.$$

c) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ esiste una funzione continua u da $[0, \delta[$ (per qualche $\delta > 0$) in $\mathbf{R}$ tale che $u(x) = \dfrac{\big(2x - 2\ln(x+1)\big)^\alpha}{x^7}$ per ogni $x \in]0, \delta[$.
(in altri termini la funzione $\dfrac{\big(2x - 2\ln(x+1)\big)^\alpha}{x^7}$ si può estendere in modo continuo in 0).

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 20/02/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Risolvere l'equazione $(2x^2-8)^{2e} = 3(x^2-4x+4)^{2e}$.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione u definita da $u(x) = (5x-3)^8(7-x)^5$.
b) Calcolare, se esiste, al variare di $b, \alpha \in \mathbf{R}$, il limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \big(u(x)+bx^\alpha\big)$.
c) Provare che se v è una funzione derivabile da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, posto $w(x) = u(x)v(x)$, la derivata della funzione w si annulla in almeno un punto.

3) a) Sia a_n definita da $a_n = \begin{cases} \dfrac{n^2}{n^3+2} & \text{se } n \le 10^{18} \\ \dfrac{3^n(2n^2+1)^{175}}{(2n)!} & \text{se } n > 10^{18} \end{cases}$.

Dire se la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.
b) Dire al variare di $b, \alpha \in \mathbf{R}$ (in particolare per $b = 0$), se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\cos\big(\frac{1}{n}\big) - b\Big)\frac{n^\alpha}{n^8+2}.$$

4) a) Provare che esiste $\delta > 0$ tale che si ha $x - \ln(x+1) > 0$ per ogni $x \in]0, \delta[$.
b) Calcolare, al variare di $b, \alpha \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{\big(2x - 2\ln(x+1)\big)^\alpha}{\cos(x) - \cos(2x) + bx^2e^x}.$$

c) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ esiste una funzione continua u da $[0, \delta[$ (per qualche $\delta > 0$) in $\mathbf{R}$ tale che $u(x) = \dfrac{\big(2x-2\ln(x+1)\big)^\alpha}{x^7}$ per ogni $x \in]0, \delta[$.
(in altri termini la funzione $\dfrac{\big(2x-2\ln(x+1)\big)^\alpha}{x^7}$ si può estendere in modo continuo in 0).

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 05/02/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Scrivere l'espressione $\left(\dfrac{x^{x^{2x}}}{x}\right)^{\dfrac{1}{x^x-1}}\dfrac{1}{x^{x^x}}$ in forma di polinomio.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione u definita da $u(x) = (x^2 - x)e^{-(x^2-x)^2}$.

b) Determinare il dominio della funzione v definita da $v(x) = \ln\left(7 - \sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right)$.

c) Provare che se una funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua in 0, allora per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che se $x_1, x_2 \in]-\delta, \delta[$ si ha $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$.

d) Provare che se $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione continua, esiste $\bar{a} > 0$ tale che se a è un numero reale e $|a| < \bar{a}$ allora la funzione f_a definita da $f_a(x) = \sin(x) + ag(x)$ ha almeno un massimo relativo nell'intervallo $]0, \pi[$.

3) a) Calcolare, al variare di $b > 0$, se esiste, il limite di successione $\lim_{n\to+\infty} n^b \dfrac{n - \sqrt{n^2-1}}{n\sqrt[3]{5n+1}}$.

Si suggerisce di moltiplicare e dividere per $n + \sqrt{n^2 - 1}$.

b) Dire per quali $b > 0, x \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^b}{n^3+2}(3x-7)^n$ converge.

4) a) Calcolare, al variare di $a > 0$, se esiste, il limite $\lim_{x\to+\infty} x^a \sin\left(\dfrac{4}{x^2+1}\right)$.

b) Calcolare, al variare di $a > 0$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^a}{2e^{x^2} - x\sin(x) - 2 - x^2}.$$

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18   05/02/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Scrivere l'espressione $\left(\frac{x^{x^{2x}}}{x}\right)^{\frac{1}{x^x-1}}\frac{1}{x^{x^x}}$ in forma di polinomio.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione u definita da $u(x) = (x^2-x)e^{-(x^2-x)^2}$.

b) Determinare il dominio della funzione v definita da $v(x) = \ln\left(8 - \sqrt{1-\frac{1}{2x}}\right)$.

c) Provare che se una funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua in 0, allora per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che se $x_1, x_2 \in]-\delta, \delta[$ si ha $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$.

d) Provare che se $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione continua, esiste $\bar{a} > 0$ tale che se a è un numero reale e $|a| < \bar{a}$ allora la funzione f_a definita da $f_a(x) = \cos(x) + ag(x)$ ha almeno un massimo relativo nell'intervallo $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

3) a) Calcolare, al variare di $b > 0$, se esiste, il limite di successione $\lim_{n\to+\infty} n^b \frac{n-\sqrt{n^2-1}}{n\sqrt[3]{4n+31}}$.

Si suggerisce di moltiplicare e dividere per $n + \sqrt{n^2-1}$.

b) Dire per quali $b > 0, x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^b}{n^6+3}(5x-4)^n$ converge.

4) a) Calcolare, al variare di $a > 0$, se esiste, il limite $\lim_{x\to+\infty} x^a \sin\left(\frac{74}{x^3+1}\right)$.

b) Calcolare, al variare di $a > 0$, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{x^a}{2e^{x^2} - x\sin(x) - 2 - x^2}.$$

Terzo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 22/01/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto __________________________

1) Sia $f(x) = \ln\Big((x - \frac{9}{10})(x+1)\Big) - 2\ln(x)$.
a) Determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza di f.
b) Determinare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) a) Calcolare al variare di $a \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite di successione

$$\lim_{n\to+\infty} n^{a+3}\Big(\cos\big(\frac{1}{n}\big) + \frac{1}{2n^2} - 1\Big).$$

b) Sia u_a la funzione definita da $u_a(x) = \sin\Big(\frac{x^a}{x^2+1}\Big)$. Provare che se $a \geq 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $u_a(x) > 0$ per ogni $x \in]0, \delta[$, mentre se $a < 0$ per ogni $\delta > 0$ la funzione u_a assume sia valori positivi sia valori negativi nell'intervallo $]0, \delta[$.
c) Calcolare al variare di $a \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite di funzione

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{u_a(x)}{e^{2x} - 2\sin(x) - 1} - 1$$

Terzo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 22/01/2018

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) Sia $f(x) = 2\ln(x) - \ln\Big(\big(x - \frac{9}{10}\big)(x+1)\Big)$.
a) Determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza di f.
b) Determinare, se esiste, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) a) Calcolare al variare di $a \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite di successione

$$\lim_{n\to+\infty} n^{2a}\Big(\cos\big(\frac{1}{n}\big) + \frac{1}{2n^2} - 1\Big).$$

b) Sia u_a la funzione definita da $u_a(x) = \sin\Big(\frac{x^a}{x^3+1}\Big)$. Provare che se $a \geq 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $u_a(x) > 0$ per ogni $x \in]0, \delta[$, mentre se $a < 0$ per ogni $\delta > 0$ la funzione u_a assume sia valori positivi sia valori negativi nell'intervallo $]0, \delta[$.
c) Calcolare al variare di $a \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite di funzione

$$\lim_{x\to0^+} \frac{u_a(x)}{e^{2x} - 2\sin(x) - 1} - 1$$

Secondo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 18/12/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) Sia $u_a(x) = \dfrac{x^a(3x^2+1)^\pi}{\sin\big(x\sin(x)\big) + e^x - 1}$.
a) Determinare, al variare di $a > 0$, se esiste, $\lim_{x\to 0^+} u_a(x)$.
b) Determinare, al variare di $a > 0$, se esiste, $\lim_{x\to +\infty} u_a(x)$.
c) Provare che $\sin\big(x\sin(x)\big) \geq 0$ per ogni $x \in [0,1]$.
d) Provare che $\sin\big(x\sin(x)\big) + e^x - 1 > 0$ per ogni $x > 0$.
e) Provare che se $a > 0$ è tale che $\lim_{x\to 0^+} u_a(x) = +\infty$, allora esiste $x > 0$ tale che $u_a(x) = 7$.

2) a) Dire se la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n}\,2^n}{3^n + n^7}$ converge.
b) Dire per quali $a \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3^n+n^2)^a + 4}{2^{2n} + 8}$ converge.

NOTA. La parte e) dell'esercizio 1) è la parte piú difficile del compito, ed è in più, ossia si prende più di 30 senza farla.

Secondo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 18/12/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) Sia $u_a(x) = \dfrac{x^a(8x^5+1)^{\sqrt{2}}}{\sin\big(x^2\sin(x)\big)+e^x-1}$.

a) Determinare, al variare di $a>0$, se esiste, $\lim\limits_{x\to 0^+} u_a(x)$.

b) Determinare, al variare di $a>0$, se esiste, $\lim\limits_{x\to +\infty} u_a(x)$.

c) Provare che $\sin\big(x^2\sin(x)\big) \geq 0$ per ogni $x \in [0,1]$.

d) Provare che $\sin\big(x^2\sin(x)\big) + e^x - 1 > 0$ per ogni $x > 0$.

e) Provare che se $a>0$ è tale che $\lim\limits_{x\to 0^+} u_a(x) = +\infty$, allora esiste $x>0$ tale che $u_a(x)=9$.

2) a) Dire se la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{n}\,3^n}{5^n+n^4}$ converge.

b) Dire per quali $a \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(7^{2n}+n^2)^a+4}{80^n+n}$ converge.

NOTA. La parte e) dell'esercizio 1) è la parte più difficile del compito, ed è in pù, ossia si prende più di 30 senza farla.

Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 20/11/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Sia $f(x) = \Big((\sqrt{5}-2)^x - (\sqrt{5}-2)^7 \Big) \big((2x-7)^3 - 6 \big) (x^6 - 2)$.
Risolvere la disequazione $P(x) < 0$.

2) a) Calcolare, se esiste, il limite di successione $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{(3n+1)^{168} n^4}{n! + 2}$

b) Calcolare, al variare di $a > 0$, $b > 0$, se esiste, il limite di successione
$\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n^b}{(\sqrt{n+1}\sqrt[3]{n})^a + n}$.

c) Provare che se (a_n) è una successione tale che $a_n > 0$ e $a_n^4 - a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 100$, allora esiste un indice $\bar{N}$ tale che $a_n > 2$ per ogni $n > \bar{N}$.

d) Provare che se f è una funzione crescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ (a_n) è una successione tale che $f(a_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -\infty$, allora $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -\infty$.

3) a) Calcolare, se esiste, il limite di funzione, $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{(x^\pi + 1)^{30} 3^x}{15^x + x + 2}$.

b) Calcolare, al variare di $c > 0$, se esiste, il limite di funzione
$\lim_{x\to 0^+} \dfrac{x^c}{x\sqrt{x}\cos(x^2+2) - x\sin(x)}$.

NOTA. La parte d) dell'esercizio 2) è la parte piú difficile del compito, ed è in piú, ossia si prende 30 senza farla.

Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2017/18 20/11/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Sia $f(x) = \Big((\sqrt{10}-3)^8 - (\sqrt{10}-3)^x \Big) \big((2x-7)^3 - 6 \big)(x^6-2)$.
Risolvere la disequazione $P(x) < 0$.

2) a) Calcolare, se esiste, il limite di successione $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{(7n+1)^{212} n^7}$

b) Calcolare, al variare di $a > 0$, $b > 0$, se esiste, il limite di successione
$\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)^b}{(\sqrt[5]{n}\,\sqrt[43]{n})^a + n^2}$.

c) Provare che se (a_n) è una successione tale che $a_n > 0$ e $a_n^3 - a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 97$, allora esiste un indice $\bar{N}$ tale che $a_n > 3$ per ogni $n > \bar{N}$.

d) Provare che se f è una funzione crescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ (a_n) è una successione tale che $f(a_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, allora $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$.

3) a) Calcolare, se esiste, il limite di funzione, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{24^x + x^2 + 6}{(x^{3e}+1)^{20} 4^x}$.

b) Calcolare, al variare di $c > 0$, se esiste, il limite di funzione
$\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^c}{x\sin(x)\ln(x^2+7) - x\sqrt[3]{x}}$.

NOTA. La parte d) dell'esercizio 2) è la parte piú difficile del compito, ed è in piú, ossia si prende 30 senza farla.