Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 04/09/2017

NOME: **COGNOME:**

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Scrivere l'espressione $\dfrac{\ln(x^{x^2}) - \ln(x)}{\ln(x^x) - \ln(x)}$ come polinomio, ossia nella forma
$$a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \cdots + a_1 x + a_0.$$

2) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x)$ converge ove

$$a_n(x) = \begin{cases} \dfrac{3^n + 1}{x^{2n} + 1} & \text{se } n < 100862, \\ \dfrac{3^n(7x - 100)^{3n+5}}{n^7 12^n + 1} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

b) Sia (a_n) una successione tale che, posto $b_n = (-1)^n + a_n$, esistono infiniti indici n per cui $|b_{n+1} - b_n| < 1$. Provare che allora la successione (a_n) non è convergente.

3) a) Sia $v(x) = \sqrt{\frac{x^2-9}{x+2}}$. Determinare gli intervalli di decrescenza di v.

b) Sia $u(x) = (x-1)(x+4)(x^2-6)\sqrt{x^2-2}$. Risolvere la disequazione $u(x) < 0$.

4) a) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^a \sin(\sqrt[3]{x})}{\sqrt{x}}$, al variare di $a \in \mathbf{R}$.

b) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^5}{1 - \cos(x^2) - bx^4}$, al variare di $b \in \mathbf{R}$.

c) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{a^x}{2^x - (x^5+8)^{7\pi}} + x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$, al variare di $a > 0$.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 04/09/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Scrivere l'espressione $\dfrac{\ln(x^{x^2}) - \ln(x)}{\ln(x^x) - \ln(x)}$ come polinomio, ossia nella forma
$$a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \cdots + a_1 x + a_0.$$

2) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x)$ converge ove
$$a_n(x) = \begin{cases} \dfrac{6^n + 1}{x^{5n} + 2} & \text{se } n < 100862, \\ \dfrac{5^n(6x-84)^{5n+2}}{n^6 15^n + 1} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$
b) Sia (a_n) una successione tale che, posto $b_n = (-1)^n + a_n$, esistono infiniti indici n per cui $|b_{n+1} - b_n| < 1$. Provare che allora la successione (a_n) non è convergente.

3) a) Sia $v(x) = \sqrt{\frac{x^2-9}{x+2}}$. Determinare gli intervalli di decrescenza di v.
b) Sia $u(x) = (x-1)(x+4)(x^2-6)\sqrt{x^2-2}$. Risolvere la disequazione $u(x) < 0$.

4) a) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^a \sin(\sqrt[3]{x})}{\sqrt{x}}$, al variare di $a \in \mathbf{R}$.
b) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^5}{1-\cos(x^2) - bx^4}$, al variare di $b \in \mathbf{R}$.
c) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{a^x}{2^x - (x^5+8)^{7\pi}} + x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$, al variare di $a > 0$.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 18/07/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Scrivere l'espressione $\dfrac{(x^2+1)^6-9}{9-3(x^2+1)^3}$ come polinomio, ossia nella forma
$$a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \cdots + a_1 x + a_0.$$

2) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x)$ converge ove

$$a_n(x) = \begin{cases} \dfrac{n^3+n+1}{n^x+2} & \text{se } n \le 48906, \\ \dfrac{4^{n^2}3^n n^2}{x^{n^2}+1} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

b) Provare che se a_n è una successione di numeri reali tale che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, allora eiste un'estratta a_{n_k} di a_n tale che la serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} a_{n_k}$ converge.

3) Sia $u(x) = \dfrac{x}{x-2}e^{-5x}$.

a) Determinare gli intervalli di decrescenza di u.

b) Provare che per ogni $a \in \mathbf{R}$ l'equazione $u(x) = a$ ha almeno una soluzione.

c) Determinare il dominio della funzione v definita da
$$v(x) = \sqrt{(x^3-1)(x-2)} - \arcsin\left(\frac{2x}{7-x}\right).$$

4) a) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{x^2}-1-x^2}{x^a\cos(x)\sin(\sqrt[5]{x})}$ al variare di $a \in \mathbf{R}$.

b) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} 7^{(3x^2-x-9)^a - x^\pi}$, al variare di $a \in \mathbf{R}$.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 18/07/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Scrivere l'espressione $\dfrac{9-(x^4+1)^8}{3(x^4+1)^4-9}$ come polinomio, ossia nella forma

$$a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \cdots + a_1 x + a_0.$$

2) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x)$ converge ove

$$a_n(x) = \begin{cases} \dfrac{n^4+n^2-7}{n^x+14} & \text{se } n \leq 48906, \\ \dfrac{6^{n^2}5^n n^2}{x^{n^2}+1} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

b) Provare che se a_n è una successione di numeri reali tale che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, allora eiste un'estratta a_{n_k} di a_n tale che la serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} a_{n_k}$ converge.

3) Sia $u(x) = \dfrac{x}{x-2}e^{-5x}$.
a) Determinare gli intervalli di decrescenza di u.
b) Provare che per ogni $a \in \mathbf{R}$ l'equazione $u(x) = a$ ha almeno una soluzione.
c) Determinare il dominio della funzione v definita da

$$v(x) = \sqrt{(x^3-1)(x-2)} - \arcsin\left(\frac{2x}{7-x}\right).$$

4) a) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{x^2}-1-x^2}{x^a \cos(x)\sin(\sqrt[5]{x})}$ al variare di $a \in \mathbf{R}$.

b) Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} 7^{(3x^2-x-9)^a - x^\pi}$, al variare di $a \in \mathbf{R}$.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 24/02/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare i numeri reali x che risolvono l'equazione $\sqrt[5]{\dfrac{3\cdot 3^{x^2}}{27^{2x}}} = \dfrac{1}{9}$.

2) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x)$ converge ove

$$a_n(x) = \begin{cases} \dfrac{n}{5n+2} & \text{se } n \le 146, \\ \dfrac{3^n}{(x^2-2)^n + n^7 + 3} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

b) Sia (a_n), $n = 1, 2, 3....$, una successione illimitata, ma tale che la sua estratta (a_{2n}) è limitata. Provare che esiste un intero positivo n tale che $|a_{n+1} - a_n| > 1$.

3) a) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} \ln\left(x^{x^2}+1\right) - (3x+1)^a$ al variare di $a \in \mathbf{R}$.

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{(x+1)^a - 1 - \sin(7x)}{x^b}$ al variare di $a \in \mathbf{R}$, $b \in \mathbf{R}$.

4) a) Determinare il dominio della funzione g definita da $g(x) = \ln\left(x - \sqrt{(x-3)(x-5)}\right)$.

b) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione w definita da

$$w(x) = 16x - \ln(2 - x^2).$$

c) Provare che se α è una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, la funzione β definita da $\beta(x) = \alpha(x) - \ln(2 - x^2)$ ha un minimo assoluto, ma non ha un massimo assoluto, nel suo dominio.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 24/02/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare i numeri reali x che risolvono l'equazione $\sqrt[7]{\frac{4 \cdot 8^{2x}}{16^{x^2}}} = \frac{1}{8}$.

2) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x)$ converge ove

$$a_n(x) = \begin{cases} \dfrac{n^2}{25n+8} & \text{se } n \leq 135, \\ \dfrac{5^n}{(x^2-5)^n + n^3 + n} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

b) Sia (a_n), $n = 1, 2, 3....$, una successione illimitata, ma tale che la sua estratta (a_{2n}) è limitata. Provare che esiste un intero positivo n tale che $|a_{n+1} - a_n| > 2$.

3) a) Calcolare, se esiste, $\lim_{x \to +\infty} (5x+2)^a - \ln\left(x^{x^3} + 1\right)$ al variare di $a \in \mathbf{R}$.

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x \to 0^+} \frac{(x+1)^a - 1 - \ln(1+4x)}{x^b}$ al variare di $a \in \mathbf{R}$, $b \in \mathbf{R}$.

4) a) Determinare il dominio della funzione g definita da $g(x) = \ln\left(\sqrt{(x-2)(x-7)} - x\right)$.

b) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione w definita da

$$w(x) = 11x - \ln(5 - x^2).$$

c) Provare che se α è una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, la funzione β definita da $\beta(x) = \alpha(x) - \ln(5 - x^2)$ ha un minimo assoluto, ma non ha un massimo assoluto, nel suo dominio.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 20/01/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare i numeri reali x che risolvono l'equazione $\left(\frac{x}{x^2-1}\right)^{10} = 3$.

2) a) Calcolare, al variare di $b > 0$, se esiste, il limite di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^b}{\sqrt[7]{n\,\sqrt[3]{5n}\,n^\pi} + 6}.$$

b) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n + 6}{(3n+1)^{\sqrt{2}} + 5^n}$ converge.

3) Sia f la funzione definita da $f(x) = \sqrt{(x+2)(x-1)} - \ln(5e^x - 7)$.
a) Trovare il dominio di f.
b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
c) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to 0^+} \left(\cos(\pi e^x) + \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x} + x^c}\right)$, al variare di $c \in \mathbf{R}$.
d) Sia f una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $f(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$. Provare che esistono numeri reali a e b con $a < b$ tali che $f(x) > \frac{7x^2}{x^2+1}$ per ogni $x \in]a, b[$.

4) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione g definita da $g(x) = e^{-x^2} x^{\sqrt[9]{4}}$.

5) Scrivere il polinomio di Taylor del terzo ordine centrato in 0 della funzione w definita da $w(x) = xe^{x^3}$.

Scritto di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 20/01/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Determinare i numeri reali x che risolvono l'equazione $\left(\frac{x}{x^2-3}\right)^{10} = 5$.

2) a) Calcolare, al variare di $b > 0$, se esiste, il limite di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^b}{\sqrt[11]{2n\,\sqrt[7]{n}\;n^e + 4}}.$$

b) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n + 6}{(3n+1)^{\sqrt{2}} + 5^n}$ converge.

3) Sia f la funzione definita da $f(x) = \sqrt{(x+2)(x-1)} - \ln(5e^x - 7)$.
a) Trovare il dominio di f.
b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
c) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to0^+} \left(\cos(\pi e^x) + \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x} + x^c}\right)$, al variare di $c \in \mathbf{R}$.
d) Sia f una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $f(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$. Provare che esistono numeri reali a e b con $a < b$ tali che $f(x) > \frac{7x^2}{x^2+1}$ per ogni $x \in]a, b[$.

4) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione g definita da $g(x) = e^{-x^2} x^{\sqrt[9]{4}}$.

5) Scrivere il polinomio di Taylor del terzo ordine centrato in 0 della funzione w definita da $w(x) = xe^{x^3}$.

Terzo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 16/01/2017

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto __________________________

1) Sia $f(x) = x\left(1 - \frac{5}{x}\right)^{22}$.

a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f.

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to 0} f(x)$.

c) Provare che se $u : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione suriettiva (ossia per ogni $z \in \mathbf{R}$ esiste $x \in \mathbf{R}$ tale che $u(x) = z$), allora l'equazione $f\big(u(x)\big) = 3$ ha almeno una soluzione. Potrebbe essere utile notare che $f(5) = 0$.

2) a) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^4}$.

b) Calcolare, al variare di $a \in \mathbf{R}$, se esiste,

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x - 1 - \sin(x)}{x^a}$$

3) Sia data una successione a_n tale che **NON** è vero che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 6$. Provare che esiste $\varepsilon > 0$ tale che esistono infiniti indici naturali n per cui $|a_n - 6| \geq \varepsilon$.

Terzoo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 16/01/2017

NOME: COGNOME:
È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ____________________________

1) Sia $f(x) = x\left(1 - \frac{5}{x}\right)^{24}$.
a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f.
b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to 0} f(x)$.
c) Provare che se $u : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione suriettiva (ossia per ogni $z \in \mathbf{R}$ esiste $x \in \mathbf{R}$ tale che $u(x) = z$), allora l'equazione $f\big(u(x)\big) = 3$ ha almeno una soluzione. Potrebbe essere utile notare che $f(5) = 0$.

2) a) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^4}$.
b) Calcolare, al variare di $a \in \mathbf{R}$, se esiste,

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x - 1 - \sin(x)}{x^a}$$

3) Sia data una successione a_n tale che **NON** è vero che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 8$. Provare che esiste $\varepsilon > 0$ tale che esistono infiniti indici naturali n per cui $|a_n - 8| \geq \varepsilon$.

Secondo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 13/12/2016

NOME: COGNOME:
È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Sia

$$f_a(x) = \begin{cases} (x-3)(x^5-2)\big(3 - \frac{7}{x^2+1}\big) & \text{se } x > -6 \\ \\ x + a & \text{se } x \leq -6 \end{cases}.$$

a) Per quali numeri reali x la funzione f_a è continua in x, qualunque sia il numero reale a?
b) Per quali numeri reali a la funzione f_a è continua in tutto $\mathbf{R}$?
c) Risolvere la disequazione $f_{10}(x) < 0$.

2) a) Dire se la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2+n^3}{3^n+1}$ converge.

b) Dire per quali $a \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n^5+1)^a+4}{n^{16}+2}$ converge.

c) Sia $b_n = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} & \text{se } n \text{ pari} \\ \\ \frac{1}{n^\beta} & \text{se } n \text{ dispari} \end{cases}$. Dire per quali $\beta \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n b_n$ converge.

NOTA. La parte c) dell'esercizio 2) è la parte piú difficile del compito, ed è almeno parzialmente in piú, ossia si prende piú di 30 come punteggio totale.

Secondo Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 13/12/2016

NOME: COGNOME:
È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Sia

$$f_a(x) = \begin{cases} (x-2)(x^3-6)\left(2 - \frac{5}{x^2+2}\right) & \text{se } x > -5 \\ x + a & \text{se } x \leq -5 \end{cases}.$$

a) Per quali numeri reali x la funzione f_a è continua in x, qualunque sia il numero reale a?
b) Per quali numeri reali a la funzione f_a è continua in tutto $\mathbf{R}$?
c) Risolvere la disequazione $f_9(x) < 0$.

2) a) Dire se la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+n^4}{5^n+n}$ converge.

b) Dire per quali $a \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n^7+3)^a+4}{n^{23}+5}$ converge.

c) Sia $b_n = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[5]{n}} & \text{se } n \text{ pari} \\ \frac{1}{n^\beta} & \text{se } n \text{ dispari} \end{cases}$. Dire per quali $\beta \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n b_n$ converge.

NOTA. La parte c) dell'esercizio 2) è la parte piú difficile del compito, ed è almeno parzialmente in piú, ossia si prende piú di 30 come punteggio totale.

Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 21/11/2016

NOME: COGNOME:
È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Sia $P(x) = \big((7-2x)^{40} - 3\big)(x^5+2)(x-3)$.
a) Risolvere la disequazione $P(x) < 0$.
b) Sia f una funzione strettamente decrescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$. Risolvere la disequazione $\big(f(x) - f(7)\big)P(x) < 0$.

2) a) Calcolare, al variare di $b > 0$, se esiste, il limite di successione $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[5]{n^b\,\sqrt{n}}}{n^b+1}$.
b) Provare che se (a_n) è una successione tale che la successione (b_n) definita da $b_n = \pi a_n - 8$ è convergente, allora (a_n) è convergente.
c) Provare che se (a_n) è una successione tale che ogni sua estratta ha un'estratta superiormente limitata, allora (a_n) è superiormnte limitata.

3) a) Calcolare, se esiste, il limite di funzione, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{(10^x+1)^{\sqrt{5}}+1}{30^x+x^5+2}$.
b) Calcolare, al variare di $c > 0$, se esiste, il limite di funzione $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+x^c}{x^2+\sqrt{x^{\pi+2}}}$.
c) Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite di funzione

$$\lim_{x\to 0^+} \left(x^2 e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x^2+\ln(1+x^\alpha)}{x^2+x^3}\right).$$

NOTA. La parte c) dell'esercizio 2) è la parte piú difficile del compito, ed è in piú, ossia si prende 30 senza farla.

Esonero di Analisi Matematica I per STM

Anno Accademico 2016/17 21/11/2016

NOME: COGNOME:
È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Sia $P(x) = \big(6 - (5x-1)^{52}\big)(x^7 - 4)(x+7)$.
a) Risolvere la disequazione $P(x) < 0$.
b) Sia f una funzione strettamente decrescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$. Risolvere la disequazione $\big(f(x) - f(-2)\big)P(x) < 0$.

2) a) Calcolare, al variare di $b > 0$, se esiste, il limite di successione $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^b}{\sqrt{n^b \ \sqrt[7]{n}} + 3}$.
b) Provare che se (a_n) è una successione tale che la successione (b_n) definita da $b_n = \frac{a_n}{\sqrt{2}} + 3$ è convergente, allora (a_n) è convergente.
c) Provare che se (a_n) è una successione tale che ogni sua estratta ha un'estratta inferiormente limitata, allora (a_n) è inferiormnte limitata.

3) a) Calcolare, se esiste, il limite di funzione, $\lim_{x\to+\infty} \frac{(7^x+1)^{\sqrt{3}} + x}{80^x + x^4 + 3x}$.
b) Calcolare, al variare di $c > 0$, se esiste, il limite di funzione $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^4 + \sqrt{x^{\pi+3}}}{x^4 + x^c}$.
c) Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, se esiste, il limite di funzione

$$\lim_{x\to 0^+} \left(x^5 e^{-\frac{1}{x}} + \frac{e^{x^\alpha} - 1 + x^2}{x^2 + x^3} \right).$$

NOTA. La parte c) dell'esercizio 2) è la parte piú difficile del compito, ed è in piú, ossia si prende 30 senza farla.