Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 27/09/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Dire per quali numeri reali x converge la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{5}{\frac{70^n+n+1}{(3^x+5)^{2n}}}$.

b) Per quali intervalli $[a,b]$ tale serie converge uniformemente in $[a,b]$?

2) Sia $A_H = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \le x^2+y^2 \le H, x \ge 0, y \ge 0\big\}$, e sia $g(x,y) = x^2+y^2-x(y+30)$.

a) Determinare, se esistono, $\max\limits_{A_H} g$, $\min\limits_{A_H} g$ al variare d $H > 1$.

b) Sia $v(x,y) = \sqrt{\ln\big(\ln(x)\big) - \ln(y)} + \sqrt{\big((x-1)^8-3\big)(y-7)}$. Descrivere il dominio di v precisando se è limitato.

3)

a) Calcolare $\displaystyle\int_{[1,2]\times[3,5]} \frac{e^{x+y}-e^{2y}}{e^{\frac{y}{2}}-e^{\frac{x}{2}}}\,dx\,dy$.

b) Sia $C_a = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \le x \le a, |x-4| \le y \le \sqrt{x}\big\}$. Calcolare $\displaystyle\int_{C_a} xy\,dx\,dy$, al variare di $a > 0$, precisando per quali $a > 0$ tale integrale viene 0.

c) Dia $D_a = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \le x \le a, 0 \le y \le x^2\big\}$. Esiste $a > 0$ tale che $\displaystyle\int_{D_a} e^{x^2}\,dx\,dy = \int_{D_a} (x+7)\,dx\,dy$?

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) = 8y'(t) - 6y(t) \\ y(0) = 4, \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 27/09/2016

NOME: COGNOME:
È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Dire per quali numeri reali x converge la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{5}{\frac{84^n+n^3+1}{(4^x+5)^{2n}}}$.
b) Per quali intervalli $[a,b]$ tale serie converge uniformemente in $[a,b]$?

2) Sia $A_H = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \le x^2+y^2 \le H, x \ge 0, y \ge 0\big\}$, e sia
$g(x,y) = x^2+y^2-x(y+30)$.
a) Determinare, se esistono, $\max\limits_{A_H} g$, $\min\limits_{A_H} g$ al variare d $H > 1$.
b) Sia $v(x,y) = \sqrt{\ln\big(\ln(x)\big) - \ln(y)} + \sqrt{\big((x-1)^8-3\big)(y-7)}$. Descrivere il dominio di v precisando se è limitato.

3)
a) Calcolare $\displaystyle\int_{[1,2]\times[3,5]} \frac{e^{x+y}-e^{2y}}{e^{\frac{y}{2}}-e^{\frac{x}{2}}}\,dx\,dy$.
b) Sia $C_a = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \le x \le a, |x-4| \le y \le \sqrt{x}\big\}$. Calcolare $\displaystyle\int_{C_a} xy\,dx\,dy$, al variare di $a > 0$, precisando per quali $a > 0$ tale integrale viene 0.
c) Dia $D_a = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \le x \le a, 0 \le y \le x^2\big\}$. Esiste $a > 0$ tale che
$\displaystyle\int_{D_a} e^{x^2}\,dx\,dy = \int_{D_a} (x+7)\,dx\,dy$?

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) = 8y'(t) - 6y(t) \\ y(0) = 4, \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 14/09/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Dire per quali numeri reali a converge la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(3n+2)^a}{n^5+\cos(nx)}$.

b) Dire per quali numeri reali x converge la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^{1-v(x)}}$, ove

$$v(x) = \big(x^2 + 3|x-1| - 2\big)\big(\ln(x+5) - 3\big).$$

2) Sia $A = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 - 3 \leq y \leq 6\big\}$, e sia $g_H(x,y) = (y-x^2)^{10} + Hx + y$.
a) Determinare, se esistono, $\max\limits_A g_H$, $\min\limits_A g_H$ per $H = 0$.
b) Determinare, se esistono, $\max\limits_A g_H$, $\min\limits_A g_H$ per $H = 10^{100}$.

3) Sia $u(x,y) = \dfrac{x^2y - 2x\sqrt{y} + 1}{xy - \sqrt{y}}$.
a) Dire per quali numeri reali a l'insieme $[3,4] \times \big[a, a + \frac{1}{100}\big]$ è contenuto nel dominio di u.
b) Calcolare $\displaystyle\int_{[3,4]\times[6,12]} u(x,y)dx\,dy$.
c) Sia $C = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 3 \leq x \leq 5 - (y-9)^2\big\}$. Calcolare $\displaystyle\int_{[3,4]\times[6,12]\cup C} u(x,y)dx\,dy$.

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) = e^{y'(t)} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

Si consiglia di porre $z(t) = y'(t)$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 14/09/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Dire per quali numeri reali a converge la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(2n+7)^a}{n^9 + \sin(nx)}$.

b) Dire per quali numeri reali x converge la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^{1-v(x)}}$, ove

$$v(x) = \big(x^2 + 3|x-1| - 2\big)\big(\ln(x+5) - 3\big).$$

2) Sia $A = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 - 3 \le y \le 6\big\}$, e sia $g_H(x,y) = (y - x^2)^{10} + Hx + y$.

a) Determinare, se esistono, $\max\limits_A g_H$, $\min\limits_A g_H$ per $H = 0$.

b) Determinare, se esistono, $\max\limits_A g_H$, $\min\limits_A g_H$ per $H = 10^{100}$.

3) Sia $u(x,y) = \dfrac{x^2y - 2x\sqrt{y} + 1}{xy - \sqrt{y}}$.

a) Dire per quali numeri reali a l'insieme $[3,4] \times \big[a, a + \frac{1}{100}\big]$ è contenuto nel dominio di u.

b) Calcolare $\displaystyle\int_{[3,4]\times[6,12]} u(x,y)\,dx\,dy$.

c) Sia $C = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 3 \le x \le 5 - (y-9)^2\big\}$. Calcolare $\displaystyle\int_{[3,4]\times[6,12]\cup C} u(x,y)\,dx\,dy$.

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) = e^{y'(t)} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

Si consiglia di porre $z(t) = y'(t)$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 15/07/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+3)^{\pi}\sqrt{n\sqrt[5]{n}}+7}{n^x+2}$,

e per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\sqrt{2x+3}+x)^n(x+\frac{1}{n})}{10^n}$.

b) Determinare un intervallo $[a,b]$ con $a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$, in cui la seconda serie converge uniformemente.

2) a) Sia $f(x,y) = \pi x - 7y + 8$. Sia

$$A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0, 2\ln(y+1) \leq x \leq \ln(2y+2)\}.$$

Determinare, se esistono, $\displaystyle\min_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\displaystyle\max_{(x,y)\in A} f(x,y)$.

3) a) Sia $B = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x+2 \leq y \leq 5x, x \leq 8\}$. Sia

$u(x,y) = \dfrac{x^2y^2-1}{\sqrt{xy-1}\sqrt[3]{2xy-2}\sqrt[6]{5xy-5}}$.

a) Provare che u è definita in B.

b) Calcolare l'integrale doppio $\displaystyle\int_B u(x,y)dx\,dy$.

c) Sia $C_b = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq (x-b)^2\}$. Dire per quali $b \in \mathbf{R}$ l'insieme $C_b \cap B$ è non vuoto.

d) Calcolare l'integrale doppio $\displaystyle\int_{C_b\cap B} y dx\,dy$ per $b = 8$.

e) Provare che se v è una funzione continua positiva da $\mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$, allora l'integrale doppio $\displaystyle\int_{C_b\cap B} v(x,y)dx\,dy$ non può assumere tutti i valori reali positivi.

4) Risolvere l'equazione differenziale $y'(t) = (e^{-y(t)}+1)t$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 15/07/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+3)^\pi \sqrt{n\sqrt[5]{n}+7}}{n^x+2}$,

e per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\sqrt{2x+3}+x)^n(x+\frac{1}{n})}{10^n}$.

b) Determinare un intervallo $[a,b]$ con $a,b \in \mathbf{R}$, $a<b$, in cui la seconda serie converge uniformemente.

2) a) Sia $f(x,y) = 3x - \sqrt{e}y + 8$. Sia

$$A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0, 2\ln(y+1) \leq x \leq \ln(2y+2)\}.$$

Determinare, se esistono, $\displaystyle\min_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\displaystyle\max_{(x,y)\in A} f(x,y)$.

3) a) Sia $B = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x+2 \leq y \leq 5x, x \leq 8\}$. Sia

$u(x,y) = \dfrac{x^2y^2-1}{\sqrt{xy-1}\sqrt[3]{2xy-2}\sqrt[6]{5xy-5}}$.

a) Provare che u è definita in B.

b) Calcolare l'integrale doppio $\displaystyle\int_B u(x,y)dx\,dy$.

c) Sia $C_b = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq (x-b)^2\}$. Dire per quali $b \in \mathbf{R}$ l'insieme $C_b \cap B$ è non vuoto.

d) Calcolare l'integrale doppio $\displaystyle\int_{C_b \cap B} y dx\,dy$ per $b = 8$.

e) Provare che se v è una funzione continua positiva da $\mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$, allora l'integrale doppio $\displaystyle\int_{C_b\cap B} v(x,y)dx\,dy$ non può assumere tutti i valori reali positivi.

4) Risolvere l'equazione differenziale $y'(t) = (e^{-y(t)}+1)t$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 05/07/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x^2+3)^n(n^2+n+x^2)}{n!}$.

b) Dire per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^2(x^4-6x^2+4)^n$.

2) a) Sia $f(x,y) = x(1-y)$. Sia

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, 2\sqrt[3]{x} \leq y \leq \sqrt[3]{5x}+6\right\}.$$

Determinare, se esistono, $\displaystyle\min_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\displaystyle\max_{(x,y)\in A} f(x,y)$.

b) Provare che per ogni $T > 0$ la forma differenziale $\ln\left(T - \sqrt{\dfrac{x}{x-y}}\right) dx + y^3\, dy$ è definita su un insieme non vuoto, che si può scegliere aperto, ma che in nessun aperto connesso non vuoto in cui è di classe C^2 tale forma è esatta.

3) a) Sia $B = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 4 \leq x, x-3 \leq y \leq 7-x\right\}$. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_B \left(x + \sqrt{\left(\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^{2x} + 2\left(\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^{x} + 1} - \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{x}{2}}\right) dx\, dy.$$

b) Siano

$$C = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}, \quad D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+(y+2)^2 \leq 9\}.$$

Provare che $C \subseteq D$.

c) Calcolare l'integrale doppio $\displaystyle\int_{D\setminus C} y\, dx\, dy$.

4) a) Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale $y''(t) - 2y'(t) + 7y(t) = 0$.

b) Dire se esiste $K > 0$ tale che ci sono infinite soluzioni dell'equazione differenziale in a) che soddisfano inoltre $y(0) = y(K) = 0$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 25/02/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto **firmi la riga seguente**

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto _________________________

1) a) Dire per quali $c > 0$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{2n+5}+3}{n^c+3}$.

b) Dire per quali $c > 1$, $d > 1$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{d^n+1}{(n^2+1)^\pi c^n + \sqrt[5]{8^n+7n}}$.

2) Sia $f(x,y) = (4-x-y)(xy-1)$. Sia

$$A = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : xy \geq 1, x > 0, x+y \leq 5\big\}.$$

a) Determinare, se esistono, $\displaystyle\min_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\displaystyle\max_{(x,y)\in A} f(x,y)$.

b) Sia $\alpha(t) = t^{80} + 7t^3 - 5t + \sin(t)$. Sia $v(x,y) = \alpha(5-x-y)(xy-1)$. Provare che esiste un punto di A ove si annulla il gradiente di v.

3) a) Sia $A_b = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x \leq 8, y \leq 5, y \geq b(x-1)+2\big\}$.

Calcolare, al variare di $b > 0$, l'integrale doppio $\displaystyle\int_{A_b} \left(3x + \frac{x-y-2}{\sqrt{x}+\sqrt{y+2}}\right) dx\, dy$.

b) Sia

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 5\left(\left(\frac{1}{2-\frac{1-x}{3-x}}\right)^4 - 16\right) < y < x^3\left(\left(\frac{1}{2-\frac{1-x}{3-x}}\right)^4 - 16\right)\right\}.$$

Dire per quali numeri reali x esiste $y \in \mathbf{R}$ tale che $(x,y) \in D$.

4) Risolvere l'equazione differenziale

$$y''(t) + by't) + 8y(t) = 0$$

al variare di $b \in \mathbf{R}$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 25/02/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto **firmi la riga seguente**

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) a) Dire per quali $c > 0$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\sqrt{c}+2)^n + n + 3}{7^n + 5}$.

b) Dire per quali $c > 1$, $d > 1$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10^n + n}{(n^6 + 5n)^\pi c^n + \sqrt[9]{d^n + 7n}}$.

2) Sia $f(x,y) = (15x - 1)(10 - x - y)$. Sia

$$A = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 3(x-2)^2 \le y \le 10 - x\big\}.$$

a) Determinare, se esistono, $\displaystyle\min_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\displaystyle\max_{(x,y)\in A} f(x,y)$.

b) Sia $\alpha(t) = t^{68} + 13t + \arctan(t)$. Sia $v(x,y) = \alpha(10 - x - y)\big(y - 3(x-2)^2\big)$. Provare che esiste un punto di A ove si annulla il gradiente di v.

3) a) Sia $A_b = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 2 \le y \le b, x \le 5, x \ge 3(y-2) + 1\big\}$.

Calcolare, al variare di $b > 2$, l'integrale doppio $\displaystyle\int_{A_b} \left(5x + \frac{2x + 2y - 8}{\sqrt{x+y} + 2}\right) dx\, dy$.

b) Sia

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 5\left(\Big(\frac{6}{\frac{x}{3-x} + 2}\Big)^5 - 32\right) < y < (7-x)^4\left(\Big(\frac{6}{\frac{x}{3-x} + 2}\Big)^5 - 32\right)\right\}.$$

Dire per quali numeri reali x esiste $y \in \mathbf{R}$ tale che $(x,y) \in D$.

4) Risolvere l'equazione differenziale

$$y''(t) + 10y'(t) + by(t) = 0$$

al variare di $b \in \mathbf{R}$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 13/02/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Dire per quali $c > 0$ converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_{c,n}$ e per quali $c > 0$ converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_{c,n}$ ove

$$a_{c,n} = \begin{cases} \frac{c^n+1}{n2^n+1} & \text{se } n > 930 \\ \\ 16 & \text{se } n \leq 930, \end{cases} \qquad b_{c,n} = \sqrt[5]{\frac{n^{(n+1)^2}}{n^{n^2}(n^n)^2}}\ \frac{n^{c+\frac{1}{c-2}}}{n^7+1}.$$

2) Sia $f(x,y) = xy - 5x - y$. Sia

$$A_b = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, x^2 \leq y \leq bx^2 + 7\big\}.$$

a) Per $b = \frac{1}{2}$ determinare, se esistono, $\min\limits_{(x,y)\in A_b} f(x,y)$, $\max\limits_{(x,y)\in A_b} f(x,y)$.

b) Determinare, se esiste, $\max\limits_{(x,y)\in A_b} f(x,y)$ al variare di $b > 0$.

3) Siano

$A = \mathbf{R} \times [6, +\infty[$, $D = [-8, -2] \times [6, 7]$,

$B_b = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : b\big(9 - (x+5)^2\big) \leq y \leq 2b\big(9 - (x+5)^2\big)\big\}$.

a) Per $b = \frac{3}{8}$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_{A\cap B_b} \Big(-y + \frac{(x^2+2y^2)^2 + 2(x^2+2y^2) + 1}{2x^2+4y^2+2} \Big)\, dx\, dy.$$

b) Dire per quali $b > 0$ si ha $D \cap B_b = \emptyset$ ($\emptyset$ denota l'insieme vuoto).

c) Dire per quali $b > 0$ si ha $D \subseteq B_b$.

4) Determinare un aperto non vuoto in $\mathbf{R}^2$ ove la forma differenziale $(2y^2 - 12y)\, dx + 4x\sqrt{y^2 - 6y + 9}\, dy$ è esatta.

5) Sia (E) l'equazione differenziale $y''(t) - 4y'(t) + 3y(t) = 0$.

a) Determinare le soluzioni y di (E) che soddisfano $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

b) Determinare le soluzioni y di (E) che soddisfano $y(0) = 0, \sin\big(y'(0)\big) = 1$.

Scritto di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 13/02/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Dire per quali $c > 0$ converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_{c,n}$ e per quali $c > 0$ converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_{c,n}$ ove

$$a_{c,n} = \begin{cases} \frac{n^c+1}{\sqrt{n}\,n^7+1} & \text{se } n > 640 \\ n+3 & \text{se } n \le 640, \end{cases} \qquad b_{c,n} = \sqrt[7]{\frac{2^{n^2}5^n}{2^{(n+1)^2}}}\ \frac{\left(c+\frac{1}{c+2}\right)^n}{4^n+1}.$$

2) Sia $f(x,y) = 10x - xe^y - e^{2y}$. Sia

$$A_b = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \ge 0, e^y \le x \le be^y + 20\}.$$

a) Per $b = \frac{1}{2}$ determinare, se esistono, $\min_{(x,y)\in A_b} f(x,y)$, $\max_{(x,y)\in A_b} f(x,y)$.

b) Determinare, se esiste, $\min_{(x,y)\in A_b} f(x,y)$ al variare di $b > 0$.

3) Siano

$A = \mathbf{R} \times [1,+\infty[$, $D = [3,7] \times [1,5]$,

$B_b = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : b\big((x-5)^2 - 16\big) \le y \le b\big(16 - (x-5)^2\big)\}$.

a) Per $b = \frac{1}{6}$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_{A\cap B_b} \left(y + \frac{(x^2-y^2)^4 - 1}{(2x^2-2y^2)^2+4}\right) dx\,dy.$$

b) Dire per quali $b > 0$ si ha $D \cap B_b = \emptyset$ ($\emptyset$ denota l'insieme vuoto).

c) Dire per quali $b > 0$ si ha $D \subseteq B_b$.

4) Determinare un aperto non vuoto in $\mathbf{R}^2$ ove la forma differenziale

$2y\sqrt{x^2-2x+1}\,dx + (x^2-2x)\,dy$ è esatta.

5) Sia (E) l'equazione differenziale $y''(t) + 9y(t) = 0$.

a) Determinare le soluzioni y di (E) che soddisfano $y(0) = 0, y'(0) = 2$.

b) Determinare le soluzioni y di (E) che soddisfano $y(0) = 0, \cos\big(y'(0)\big) = -1$.

Secondo Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 30/01/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo esonero **firmi la riga seguente**

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo esonero ______________________

1) a) Calcolare l'integrale doppio $\displaystyle\int_C e^{-x}\,dx\,dy$, ove $A = [-2,0]\times[3,7]$,
$B = \big\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 : 2\le x\le 6, e^x(x-4)^{16}\le y\le e^x(x-4)^{15}\big\}$, $C = A\cup B$

b) Calcolare il volume dell'insieme D definito da
$D = \big\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 : x^2+y^2\le 2, |x|\le z\le y\big\}$.

2) a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'''(t) - y''(t) - 8y'(t) + 12y(t) = 0.$$

(Si consiglia di notare che -3 è radice del polinomio caratteristico).

b) Quante delle soluzioni della precedente equazione soddisfano entrambe le condizioni $y(1) = 2$, $y''(1) = -5$?

c) Dire per quali funzioni f da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ di classe C^1 la forma differenziale
$y\Big(\big(f(x)-3\big)^2+1\Big)\,dx + f(x)\,dy$ è esatta in $\mathbf{R}^2$.

3) Sia α una funzione continua da $\mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$. Indichiamo nel seguito con $\overline{B}_r(w)$ la palla chiusa in $\mathbf{R}^2$ di centro $w\in\mathbf{R}^2$ e raggio $r>0$, ossia $\overline{B}_r(w) = \{v\in\mathbf{R}^2 : ||v-w||\le r\}$.

a) Poniamo $C_n = \overline{B}_{r_n}(w_n)$ con $r_n>0$ e $w_n\in\mathbf{R}^2$. Supponiamo che $C_n\subseteq[0,6]\times[1,5]$ per ogni $n = 1,2,3...$ e che C_n siano a due a due disgiunti. Provare che se α è positiva (ossia $\alpha(x,y)>0$ per ogni $(x,y)\in\mathbf{R}^2$), allora la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\int_{C_n}\alpha(x,y)\,dx\,dy$ converge

b) La serie in a) è sempre convergente se non si assume che α è positiva?

c) Supponiamo α positiva e$\alpha(1,2) = 3$. Poniamo $D_n = \big[1-\frac{1}{n}, 1+\frac{1}{n}\big]\times\big[2-\frac{1}{n}, 2+\frac{1}{n}\big]$.
Dire per quali $\beta>0$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\Big(\int_{D_n}\alpha(x,y)\,dx\,dy\Big)^\beta$ converge.

I primi due esercizi contano insieme circa 30 punti. Il terzo è in piú e conta circa 15 punti, ma riteniamo sia molto piú difficile degli altri.

Secondo Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16   30/01/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo esonero **firmi la riga seguente**
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo esonero ________________________

1) a) Calcolare l'integrale doppio $\int_C e^{-2x}\,dx\,dy$, ove $A = [-3,0] \times [1,5]$,
$B = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 2 \le x \le 103, (e^x - 3)^2 \le y \le 30e^x - 90\}$, $C = A \cup B$.
b) Calcolare il volume dell'insieme D definito da
$D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : 3 \le x^2 + y^2 \le 4, 2x + y \le z \le x\}$.

2) a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'''(t) + 4y''(t) - 2y'(t) - 20y(t) = 0.$$

(Si consiglia di notare che 2 è radice del polinomio caratteristico).
b) Quante delle soluzioni della precedente equazione soddisfano entrambe le condizioni $y(2) = 4$, $y'(2) = -2$?
c) Dire per quali funzioni f da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ di classe C^1 la forma differenziale
$y\Big(\big(f(x) - 5\big)^2\Big)\,dx + f(x)\,dy$ è esatta in $\mathbf{R}^2$.

3) Sia α una funzione continua da $\mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$. Indichiamo nel seguito con $\overline{B}_r(w)$ la palla chiusa in $\mathbf{R}^2$ di centro $w \in \mathbf{R}^2$ e raggio $r > 0$, ossia $\overline{B}_r(w) = \{v \in \mathbf{R}^2 : ||v - w|| \le r\}$.
a) Poniamo $C_n = [x_n, x'_n] \times [y_n, y'_n]$ ove x_n, x'_n, y_n, y'_n sono numeri reali e $x_n < x'_n$, $y_n < y'_n$. Supponiamo che $C_n \subseteq [0,6] \times [1,5]$ per ogni $n = 1,2,3...$ e che C_n siano a due a due disgiunti. Provare che se α è positiva (ossia $\alpha(x,y) > 0$ per ogni $(x,y) \in \mathbf{R}^2$), allora la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \int_{C_n} \alpha(x,y)\,dx\,dy$ converge
b) La serie in a) è sempre convergente se non si assume che α è positiva?
c) Supponiamo α positiva e $\alpha(3,4) = 5$. Poniamo $D_n = \overline{B}_{\frac{1}{n}}(3,4)$. Dire per quali $\beta > 0$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\int_{D_n} \alpha(x,y)\,dx\,dy\Big)^\beta$ converge.

I primi due esercizi contano insieme circa 30 punti. Il terzo è in piú e conta circa 15 punti, ma riteniamo sia molto piú difficile degli altri.

Secondo Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 30/01/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo esonero **firmi la riga seguente**

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo esonero __________________________

1) a) Calcolare l'integrale doppio $\int_C e^{-x}\,dx\,dy$, ove $A = [-3, 0] \times [2, 5]$,
$B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x \leq 5, e^x(x-3)^{18} \leq y \leq e^x(x-3)^{17}\}$, $C = A \cup B$.
b) Calcolare il volume dell'insieme D definito da
$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 5, 2|x| \leq z \leq 2y\}$.

2) a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'''(t) - 12y'(t) - 16y(t) = 0.$$

(Si consiglia di notare che 4 è radice del polinomio caratteristico).
b) Quante delle soluzioni della precedente equazione soddisfano entrambe le condizioni $y(1) = 2$, $y''(1) = -5$?
c) Dire per quali funzioni f da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ di classe C^1 la forma differenziale
$y\Big(\big(f(x) + 6\big)^2 + 1\Big)\,dx + f(x)\,dy$ è esatta in $\mathbf{R}^2$.

3) Sia α una funzione continua da $\mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$. Indichiamo nel seguito con $\overline{B}_r(w)$ la palla chiusa in $\mathbf{R}^2$ di centro $w \in \mathbf{R}^2$ e raggio $r > 0$, ossia $\overline{B}_r(w) = \{v \in \mathbf{R}^2 : ||v - w|| \leq r\}$.
a) Poniamo $C_n = \overline{B}_{r_n}(w_n)$ con $r_n > 0$ e $w_n \in \mathbf{R}^2$. Supponiamo che $C_n \subseteq [0, 6] \times [1, 5]$ per ogni $n = 1, 2, 3...$ e che C_n siano a due a due disgiunti. Provare che se α è positiva (ossia $\alpha(x, y) > 0$ per ogni $(x, y) \in \mathbf{R}^2$), allora la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \int_{C_n} \alpha(x, y)\,dx\,dy$ converge
b) La serie in a) è sempre convergente se non si assume che α è positiva?
c) Supponiamo α positiva e$\alpha(1, 2) = 3$. Poniamo $D_n = \big[1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\big] \times \big[2 - \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n}\big]$.
Dire per quali $\beta > 0$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\int_{D_n} \alpha(x, y)\,dx\,dy\Big)^\beta$ converge.

I primi due esercizi contano insieme circa 30 punti. Il terzo è in piú e conta circa 15 punti, ma riteniamo sia molto piú difficile degli altri.

Secondo Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16   30/01/2016

NOME: COGNOME:

È FORTEMENTE OBBLIGATORIO!!!!!!! consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo esonero **firmi la riga seguente**
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo esonero ____________________________

1) a) Calcolare l'integrale doppio $\int_C e^{-2x}\,dx\,dy$, ove $A = [-2, 0] \times [8, 10]$,
$B = \big\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 3 \le x \le 104, (e^x - 4)^2 \le y \le 80e^x - 320\big\}$, $C = A \cup B$.
b) Calcolare il volume dell'insieme D definito da
$D = \big\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 1 \le x^2 + y^2 \le 2, 3x + y \le z \le 2x\big\}$.

2) a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'''(t) + 5y''(t) - 4y'(t) - 60y(t) = 0.$$

(Si consiglia di notare che 3 è radice del polinomio caratteristico).
b) Quante delle soluzioni della precedente equazione soddisfano entrambe le condizioni $y(2) = 4$, $y'(2) = -2$?
c) Dire per quali funzioni f da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ di classe C^1 la forma differenziale
$y\Big(\big(f(x) - 7\big)^2\Big)\,dx + f(x)\,dy$ è esatta in $\mathbf{R}^2$.

3) Sia α una funzione continua da $\mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$. Indichiamo nel seguito con $\overline{B}_r(w)$ la palla chiusa in $\mathbf{R}^2$ di centro $w \in \mathbf{R}^2$ e raggio $r > 0$, ossia $\overline{B}_r(w) = \{v \in \mathbf{R}^2 : ||v - w|| \le r\}$.
a) Poniamo $C_n = \big[x_n, x'_n\big] \times \big[y_n, y'_n\big]$ ove x_n, x'_n, y_n, y'_n sono numeri reali e $x_n < x'_n$, $y_n < y'_n$. Supponiamo che $C_n \subseteq [0, 6] \times [1, 5]$ per ogni $n = 1, 2, 3...$ e che C_n siano a due a due disgiunti. Provare che se α è positiva (ossia $\alpha(x, y) > 0$ per ogni $(x, y) \in \mathbf{R}^2$), allora la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \int_{C_n} \alpha(x, y)\,dx\,dy$ converge
b) La serie in a) è sempre convergente se non si assume che α è positiva?
c) Supponiamo α positiva e $\alpha(3, 4) = 5$. Poniamo $D_n = \overline{B}_{\frac{1}{n}}(3, 4)$. Dire per quali $\beta > 0$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\int_{D_n} \alpha(x, y)\,dx\,dy\Big)^\beta$ converge.

I primi due esercizi contano insieme circa 30 punti. Il terzo è in piú e conta circa 15 punti, ma riteniamo sia molto piú difficile degli altri.

Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 28/11/2015

NOME: COGNOME:

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Siano $f(x,y) = (10 - x - y^2)e^{2x+3y}$, $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x \leq 10 - y^2, 2 \leq x \leq 3\right\}$.
a) Calcolare, se esistono, $\min\limits_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\max\limits_{(x,y)\in A} f(x,y)$.
b) Determinare un numero intero n tale che esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n$, ma non esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n+1$.
c) Sia $g(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2-3}{(x^2+y^2-3)^7+3-x^2-y^2}} + \ln(y-5x)$. Determinare il dominio di g, disegnandolo (approssimativamente).

2) a) Dire se la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge. ove

$$a_n = \begin{cases} \frac{5^{12n+8}}{n \cdot n!} & \text{se } n > 100 \\[2ex] \frac{n}{n+1} & \text{se } n \leq 100. \end{cases}$$

b) Dire per quali numeri reali positivi α, β la serie $\displaystyle\sum_{n=k}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^\alpha+1}\,\sqrt[5]{n\sqrt[3]{n}}}{\sqrt{n^\beta+1}-n^3}$ converge, ove k è un numero tale che per ogni $n \geq k$ il denominatore non si annulla. **NOTA:** Non si richiede di determinare tale k.

3) a) Sia $\omega_b = bxye^{x^2y}\,dx + x^2e^{x^2y}\,dy$. Determinare $b \in \mathbf{R}$ tale che ω sia esatta in $\mathbf{R}^2$.
c) (parte piú difficile del compito) Sia ω_b la forma del punto a) ove b è scelto in modo che ω_b sia esatta. Provare che se γ è una curva chiusa di classe C^1, $\gamma : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, allora esiste una successione a_n con $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 1$, $a_n < 1$, tale che, posto $\gamma_n = \gamma|_{[0,a_n]}$, $c_n = \int_{\gamma_n} \omega_b$, la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} c_n$ converge.

Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 28/11/2015

NOME: COGNOME:

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Siano $f(x,y) = (x^2+y^2-12)e^{-4x-5y}$, $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \leq 12, 1 \leq x \leq 2\}$.
a) Calcolare, se esistono, $\min\limits_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\max\limits_{(x,y)\in A} f(x,y)$.
b) Determinare un numero intero n tale che esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n+1$, ma non esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n$.
c) Sia $g(x,y) = \ln\left(\dfrac{(14-x-y^2)^7 + x(x+y^2-14)^6}{14-x-y^2}\right) + \sqrt{y+3x}$. Determinare il dominio di g, disegnandolo (approssimativamente).

2) a) Dire se la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge. ove

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2 3^n 5^{2n+3}}{n!} & \text{se } n > 1000 \\ \frac{2^n}{2^{n+5}+1} & \text{se } n \leq 1000. \end{cases}$$

b) Dire per quali numeri reali positivi $\alpha > 1$, $\beta > 1$ la serie $\displaystyle\sum_{n=k}^{+\infty} \frac{\sqrt{\alpha^n+1}\,\sqrt[5]{6^n\sqrt[3]{5^n}}}{\sqrt{\beta^n+1}-3^n}$ converge, ove k è un numero tale che per ogni $n \geq k$ il denominatore non si annulla. **NOTA:** Non si richiede di determinare tale k.

3) a) Sia $\omega_b = be^{bx+5y}\,dx + be^{bx+5y}\,dy$. Determinare $b \in \mathbf{R}$ tale che ω sia esatta in $\mathbf{R}^2$.
c) (parte piú difficile del compito) Sia ω_b la forma del punto a) ove b è scelto in modo che ω_b sia esatta. Provare che se γ è una curva chiusa di classe C^1, $\gamma : [0,3] \to \mathbf{R}^2$, allora esiste una successione a_n con $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 3$, $a_n < 3$, tale che, posto $\gamma_n = \gamma|_{[0,a_n]}$, $c_n = \int_{\gamma_n} \omega_b$, la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} c_n$ converge.

Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 28/11/2015

NOME: COGNOME:

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Siano $f(x,y) = (13 - 2x - y^2)e^{4x-2y}$, $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 2x \leq 13 - y^2, 1 \leq x \leq 2\}$.
a) Calcolare, se esistono, $\min\limits_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\max\limits_{(x,y)\in A} f(x,y)$.
b) Determinare un numero intero n tale che esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n$, ma non esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n+1$.
c) Sia $g(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2-6}{(x^2+y^2-6)^7 + 12 - 2x^2 - 2y^2}} + \ln(y+7x)$. Determinare il dominio di g, disegnandolo (approssimativamente).

2) a) Dire se la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge. ove

$$a_n = \begin{cases} \frac{6^{7n-5}}{n \cdot n!} & \text{se } n > 400 \\ \frac{5n}{n+8} & \text{se } n \leq 400. \end{cases}$$

b) Dire per quali numeri reali positivi α, β la serie $\sum\limits_{n=k}^{+\infty} \dfrac{\sqrt{n^\alpha + 1}\,\sqrt[4]{n\sqrt[7]{n}}}{\sqrt{n^\beta + 1} - n^6}$ converge, ove k è un numero tale che per ogni $n \geq k$ il denominatore non si annulla. **NOTA:** Non si richiede di determinare tale k.

3) a) Sia $\omega_b = bx^3ye^{x^4y}\,dx + x^4e^{x^4y}\,dy$. Determinare $b \in \mathbf{R}$ tale che ω sia esatta in $\mathbf{R}^2$.
c) (parte piú difficile del compito) Sia ω_b la forma del punto a) ove b è scelto in modo che ω_b sia esatta. Provare che se γ è una curva chiusa di classe C^1, $\gamma : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, allora esiste una successione a_n con $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 1$, $a_n < 1$, tale che, posto $\gamma_n = \gamma|_{[0,a_n]}$, $c_n = \int_{\gamma_n} \omega_b$, la serie $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} c_n$ converge.

Esonero di Analisi Matematica II per Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2015/16 28/11/2015

NOME: COGNOME:

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) Siano $f(x,y) = (x^2+y^2-17)e^{8x-5y}$, $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \leq 17, 4 \leq x \leq 5\}$.
a) Calcolare, se esistono, $\min_{(x,y)\in A} f(x,y)$, $\max_{(x,y)\in A} f(x,y)$.
b) Determinare un numero intero n tale che esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n+1$, ma non esiste $(x,y) \in A$ tale che $f(x,y) = n$.
c) Sia $g(x,y) = \ln\left(\dfrac{(22-x-y^2)^9 + x(x+y^2-22)^8}{22-x-y^2}\right) + \sqrt{5y+2x}$. Determinare il dominio di g, disegnandolo (approssimativamente).

2) a) Dire se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge. ove

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^7 2^n 8^{5n-2}}{n!} & \text{se } n > 3000 \\ \frac{13\cdot 4^n}{6^n+1} & \text{se } n \leq 3000. \end{cases}$$

b) Dire per quali numeri reali positivi $\alpha > 1$, $\beta > 1$ la serie $\displaystyle\sum_{n=k}^{+\infty} \frac{\sqrt{\alpha^n+1}\,\sqrt[8]{2^n\sqrt[7]{5^n}}}{\sqrt{\beta^n+1}-4^n}$ converge, ove k è un numero tale che per ogni $n \geq k$ il denominatore non si annulla. **NOTA:** Non si richiede di determinare tale k.

3) a) Sia $\omega_b = 3e^{3x+by}\,dx + be^{3x+by}\,dy$. Determinare $b \in \mathbf{R}$ tale che ω sia esatta in $\mathbf{R}^2$.
c) (parte piú difficile del compito) Sia ω_b la forma del punto a) ove b è scelto in modo che ω_b sia esatta. Provare che se γ è una curva chiusa di classe C^1, $\gamma : [0,3] \to \mathbf{R}^2$, allora esiste una successione a_n con $a_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 3$, $a_n < 3$, tale che, posto $\gamma_n = \gamma|_{[0,a_n]}$, $c_n = \int_{\gamma_n} \omega_b$, la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$ converge.