

Esercizi proposti per il corso di matematica 0 per biotecnologie 2005/06

Nei seguenti esercizi 1), 2), 3), 4) si suppone che i tutti i denominatori siano diversi da 0.

1. Dire quali delle seguenti semplificazioni sono corrette

$$\frac{2a+4b}{2a} = \frac{a+4b}{a}, \quad \frac{2a+4b}{2a} = \frac{a+2b}{a}, \quad \frac{a^3+1}{x^3} \frac{x^2}{a^2+1} = \frac{a^2+1}{x} \frac{1}{a+1}, \quad \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}.$$

2. Dire quali delle seguenti espressioni equivalgono a $-\frac{(x+1)(2-x)}{(2x+3)(x-4)}$

$$\frac{(x+1)(x-2)}{(2x+3)(x-4)}, \quad \frac{(-1-x)(x-2)}{(-2x-3)(4-x)}, \quad \frac{(x+1)(2-x)}{(-2x+3)(x-4)}, \quad \frac{(x+1)(x-2)}{(-2x-3)(4-x)}.$$

3. Semplificare le frazioni $\frac{a^6-a^2}{a^5-a^4}$, $\frac{a^3b^2+2a^2b+a}{a^2b^2-1}$. Svolgere la frazione $\frac{\frac{x}{2x-3} - \frac{1}{x+2}}{\frac{x^3-2}{x+4} - \frac{3x+1}{2x+3}}$.

4. Semplificare le espressioni $\frac{a^2b^5}{b^3}$, $\frac{(a^3b)^4}{(ab)^2}$, $\frac{(a\sqrt{a^3})^4}{a^5}$, $\frac{2^{5n}4^n}{8^{2n}}$.

5. Se $A = \{1, 4, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, descrivere gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$. In generale, che cosa si può dire sul numero di elementi di $A \cup B$ se A e B sono entrambi insiemi con 3 elementi?

6. Dire quali dei seguenti numeri sono razionali: $\frac{3}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{7}$, $2\sqrt{2}+3$, $(\sqrt{2}+1)^2 - 2\sqrt{2}$.

7. Risolvere le equazioni $x^4 = 16$, $x^3 = 27$, $x^6 + 8 + 9x^3 = 0$, $(x+4)^5 = 32$, $x^4 = x^2$.

8. Scrivere $x^2 - 3x + 2$ nella forma $(x + \alpha)^2 + \beta$ con opportuni α, β numeri reali.

9. Risolvere le seguenti disequazioni $x^2 < 25$, $x^3 \leq 125$, $x^4 > 81$, $x^5 > 7$, $5(x-3) < x(x-3)$, $x^2(x^2-1) < 2$, $\frac{x}{1-x} \leq 2$, $\frac{x}{1-x} \leq \frac{x}{1+x}$, $\frac{x^9}{1-x} \leq \frac{x^9}{1+x}$.

10. Dire se $\left(\frac{587}{611}\right)^{87} > \left(\frac{587}{611}\right)^{72}$, $\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{5}}\right)^{87} > \left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{5}}\right)^{72}$, $(-476)^8 > 457^8$, $(-865)^6 \geq (-843)^6$ (Non usare la calcolatrice in questo esercizio).

11. Dire quali delle seguenti disuguaglianze sono vere, (cioè vere per ogni $x \in \mathbf{R}$), usando le regole delle potenze: $x^5 < (x+1)^5$, $x^6 < (x+1)^6$, $(x+x^3)^5 \geq x^5$, $(x+x^4)^5 \geq x^5$, $6^{x+7} > 6^x$, $(x-2)^7 > (x-2)^5$. Di alcune di queste si può dire che, pur non essendo vere per ogni $x \in \mathbf{R}$, sono vere per certi valori di x . Quali valori di x ?

12 Scrivere nella forma 2^a i numeri $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}}$, $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2\sqrt[5]{2}}}}$.

13. Siano dati i polinomi $P(x) = x^5 - 2x^3 + 6x^2 - 3x + 5$ e $T(x) = 3x^2 + 7$. Calcolare quoziente e resto della divisione di P per T .