

ESERCIZI DI ANALISI MATEMATICA IV, ANNO 2015/16, FOGLIO 5

- 1) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} f(x^2 + y^2) dy$ quando γ è la curva di equazione $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$, $t \in [0, 2\pi]$ e $f(u) = u^6 \arctan(u^{17})$.
- 2) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} x^2 dy + y^2 dx$ ove γ è l'arco di ellisse avente fuochi in $(-1, -1)$ e $(1, 1)$ e di estremi i punti $(2, 0)$ e $(0, 2)$ percorso in senso antiorario.
- 3) Calcolare l'integrale superficiale $\int_{\Sigma} (x, y, z) \cdot n ds$ ove Σ indica la superficie del tetraedro di vertici $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ e n indica la normale esterna.
- 4) Calcolare l'integrale superficiale $\int_{\Sigma} (x^4, y^4, z^4) \cdot n ds$ ove Σ indica la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

e n indica la normale esterna.

- 5) Provare che se f è una funzione di classe C^∞ da $\mathbf{R}^3$ in $\mathbf{R}^3$, allora l'integrale superficiale $\int_{\Sigma_a} \operatorname{rot} f \cdot n$ non dipende da $a > 0$, ove Σ_a è la superficie di equazione

$$z = a(1 - (x^2 + y^2)), \quad x^2 + y^2 \leq 1,$$

e n indica la normale a Σ_a con $n_3 > 0$.