

GEOMETRIA 2, ESERCIZI 5

Ex. 0.1. Si consideri la curva parametrizzata $\underline{\gamma}(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$,
 $t \in (-\epsilon, 2\pi + \epsilon)$.

(a) Disegnare approssimativamente la curva soggiacente (cioè l'insieme $\Gamma = \{(x, y) \mid \exists t \text{ such that } (x, y) = \underline{\gamma}(t)\}$). (Suggerimento: osservare che la curva Γ è definita dall'equazione cartesiana

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1.$$

e dividere Γ in pezzi che siano il grafico di una funzione a valori reali).

(b) Determinare i valori di t in cui $\underline{\gamma}$ non è regolare.

Ex. 0.2. (a) Si consideri una curva parametrizzata $\underline{\gamma}(t)$ tale che il vettore tangente $\underline{\gamma}'(t) \equiv \text{costante}$. Che cos'è la curva soggiacente?

(b) Si consideri una curva parametrizzata $\underline{\gamma}(t)$ tale che $\underline{\gamma}(t) \neq O$ per ogni t e $\underline{\gamma}'(t)$ è parallelo e concorde con $\underline{\gamma}(t)$ per ogni t . Che cos'è la curva soggiacente?

Ex. 0.3. Si dimostri la proprietà di riflessione per i rami di iperboli, cioè che, detto P un punto su un ramo di iperbole C , la retta generata da vettore tangente a C in P è la bisettrice dell'angolo tra i vettori $P - F_1$ e $P - F_2$ (F_1 e F_2 sono i fuochi).

Ex. 0.4. Si dimostri la proprietà di riflessione per le parabole, cioè che la tangente ad una parabola in un suo punto P è la bisettrice dell'angolo formata dalla retta parallela all'asse di simmetria e passante per P e dalla retta congiungente P a F (F è il fuoco).