ESERCIZI 1

Ex. 0.1. *Siano* $\mathbf{u} = (1, 2, -2)$ *e* $\mathbf{v} = (1, -1, 1)$. *Determinare una base ortonormale di* $\mathbb{R}^3$, *orientata positivamente,* $\mathcal{E} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ *tale che* $Span(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = Span(\mathbf{u}, \mathbf{v})$.

Ex. 0.2. *Siano* $\mathbf{u} = (1, 2, -2)$ *e* $\mathbf{v} = (1, -1, 1)$. *Determinare una base ortonormale di* $\mathbb{R}^3$, *orientata positivamente,* $\mathcal{F} = \{\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3\}$ *tale che* $Span(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = Span(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ *e l'angolo compreso tra* $\mathbf{f}_1$ *e* $\mathbf{u}$ *è* $\pi/3$.

Ex. 0.3. *Sia* V *il piano di equazione* $x - y + 2x = 0$. *Determinare una base ortonormale di* $\mathbb{R}^3$, *orientata positivamente,* $\mathcal{E} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ *tale che* $Span(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = V$.

Ex. 0.4. *Sia* A *una matrice ortogonale di ordine* 2. *Descrivere tutte le possibiltà per gli autovalori e autovettori di* A *nel caso in cui* $\det A = 1$ *e nel caso in cui* $\det A = -1$.

Ex. 0.5. *Siano* $P = (1, \sqrt{3})$, $Q = (2, 2\sqrt{3})$, $R = (3, 0)$. *Siano inoltre* $P' = (-2, -2\sqrt{3})$, $Q' = (-3, -\sqrt{3})$, $R' = (1/2, -3\sqrt{3}/2)$. *Trovare, se possibile, un'isometria di* $\mathbb{R}^2$ *che mandi* A *in* A', B *in* B' *e* C *in* C'.