

## GEOMETRIA A.A. 2013-2014

MAURO NACINOVICH

Nozioni elementari su gruppi ed azioni di gruppo.

Il gruppo delle permutazioni su  $n$  elementi. Segnatura. Decomposizione ciclica. Trasposizioni.

Campi, caratteristica. Il campo dei numeri complessi. Rappresentazione di Gauss. Forma trigonometrica. Esponenziale complesso. Teorema fondamentale dell'algebra.

Matrici a coefficienti in un campo. Operazioni con le matrici. Determinante di matrici quadrate.

Spazi vettoriali astratti. Dipendenza lineare. Sottospazi, basi. Formula di intersezione. Applicazioni lineari. Matrici associate a un sistema lineare. Formula del rango e risolubilità dei sistemi lineari. Cambiamenti di base. Determinante di un endomorfismo lineare.

Dualità. Riflessività negli spazi vettoriali di dimensione finita. Annullatori. Significato della matrice trasposta.

Spazi e sottospazi affini. Coordinate baricentriche. Incidenza, parallelismo. Prodotto vettore in  $\mathbb{R}^3$  ed applicazioni. Insiemi convessi.

Anello dei polinomi a coefficienti in un campo. Divisione con resto di polinomi. Massimo comun divisore e minimo comune multiplo. Proprietà di integrità e fattorialità.

Endomorfismi lineari. Polinomio minimo e polinomio caratteristico. Endomorfismi ciclici. Il teorema di Hamilton-Cayley. Autovalori, autovettori, molteplicità. Invarianza, riducibilità, decomponibilità. Decomposizione spettrale e di Jordan. Forme canoniche.

Forme bilineari simmetriche ed antisimmetriche e loro forme canoniche. Ortogonalità, basi ortogonali, ortogonalizzazione di una base regolare.

Prodotti scalari reali e distanze. Isometrie lineari. Simmetrie. Decomposizione di isometrie mediante simmetrie. Classificazione delle isometrie lineari. Prodotti scalari Hermitiani e trasformazioni normali. I quaternioni di Hamilton e la rappresentazione dei gruppi  $\mathbf{SO}(3)$  ed  $\mathbf{SO}(4)$ .

Cenni di geometria proiettiva e classificazione delle quadriche affini e proiettive.

Testo consigliato: M.Nacinovich, *Elementi di Geometria Analitica*, Liguori 1996.

Gli argomenti trattati si trovano in:

Cap. I §1,2,3; Cap II, §2,3,4,5,6,7,8,9,10,13; Cap III, §1,2,3,4, 5,6,8,10, 11,12,13,14; Cap IV §1,2,4,5,6,7; Cap V, §1,2,3,4,5,6,10; Cap IX §1,3,4,5; Cap X §1,2,3,4,5,6,7,8, 10,11; Cap XV §1,3,4,5,6,7; Cap XVI §1,2,3; Cap XVII §1,2,3,4; Cap XVIII §1,2,3; Cap. XXVI §2,3; Cap. XXVII §2,3.