

Programma del corso di
COMPLEMENTI di ANALISI NUMERICA 1
(metodi numerici per l'approssimazione 1) 8 CFU

A.A. 2010/11

Docente: C. Manni

Interpolazione di curve parametriche ([2] Paragrafo 2.2; [1] Capitolo II)

- richiami sull'interpolazione polinomiale e suoi limiti
- interpolazione di Lagrange e di Hermite

Polinomi di Bernsteine curve di Bézier ([2], paragrafo 4.1)

- proprietà elementari
- poligono di controllo e sue proprietà
- Il teorema di Weirstrass [3]
- Curve di Bézier: definizione e proprietà analitiche e geometriche
- Algoritmo di de Casteljau ed elevamento del grado.

B-splines [1]

- polinomiali a tratti e base delle potenze troncate, ([1], Capitolo VII)
- definizione per ricorrenza e prime proprietà ([1], Capitolo IX)
- rappresentazione dei polinomi, teorema di Curry-Schoenberg e teorema di de Boor-Fix ([1], Capitolo IX)
- proprietà grafiche: poligono di controllo ([1], Capitolo XI)
- knot insertion ([1] Capitolo XI)
- proprietà di forma e variation diminishing ([1], Capitolo XI)
- formule di derivazione ([1], Capitolo X)
- interpolazione: teorema di Schoenberg-Whitney ([1], Capitolo XIII)
- proprietà di approssimazione ([1], Capitolo XII)

Schemi di Suddivisione [5a] o [5b]

- B-splines a nodi equispaziati: definizione per convoluzione, algoritmo di suddivisione di Lane e Riesenfeld;
- generalità sugli algoritmi di suddivisione unidimensionali:
 - convergenza,
 - simbolo e schema delle differenze,
 - regolarità
 - funzione limite di base

Totale positività [4]

- matrici TP: definizione e fattorizzazione tramite bidiagonali
- basi TP: definizione e proprietà generali
- B-basi: definizione e proprietà geometriche
- i polinomi di Bernstein come base TP (che risulta essere B-base)
- le B-splines come base TP.

NURBS [2, Paragrafo 4.1.4]

- definizione analitica e proprietà generali
- curve NURBS: definizione geometrica basi TP: definizione e proprietà generali
- rappresentazione delle sezioni coniche mediante NURBS quadratiche.

Rappresentazioni di superfici [2]

- superfici tensor-product ([2], Paragrafo 6.2)
- patches quadrangolari di Bézier ([2], Pragrafi 6.2.1–6.2.2)
- patches triangolari di Bézier ([2], Paragrafo 6.3)
 - coordinate baricentriche
 - elevamento del grado e algoritmo di de Casteljau
 - derivate direzionali
 - condizioni di raccordo C^0 e C^1 : interpretazione geometrica
 - elementi triangolari interpolanti alla Hermite
- macroelementi triangolari: ([2], Pragrafi 9.3.2.1–9.3.2.4)
 - macroelemento di Clough-Tocher;
 - macroelemento di Powell-Sabin.

Applicazioni

- cenno al trattamento numerico di problemi lineari ellittici [6]
 - formulazione debole ([6], Paragrafi 2.1-2.3.1)
 - metodo di Galerkin: formulazione, stabilità e convergenza ([6], Pragrafi 3.1-3.2)
 - cenno al metodo degli elementi finiti ([6], Pragrafi 3.3-3.4)
 - cenno all'analisi isogeometrica.

TESTI ed ARTICOLI di RIFERIMENTO

- [1] C. de Boor *A Practical Guide to Splines*, Revised edition, Applied Mathematical Sciences, 27. Springer-Verlag, New York, 2001.
- [2] Hoschek, J., D. Lasser, *Fundamentals of Computer Aided Geometric Design*, A K Peters, (1993)
- [3] F. Fontanella, A. Pasquali, *Calcoli Numerici e Grafici*, vol. 2, Pitagora, Bologna.
- [4] T.N.T. Goodman (1996): *Total positivity and the shape of curves*. In: M. Gasca and C. A. Micchelli, eds., *Total Positivity and its Applications*, Kluwer, Dordrecht, 1996, 157–186.
- [5a] N. Dyn and D. Levin: *Subdivision Schemes in Geometric Modelling* Acta Numerica, 73-144 (2002)
<http://www.math.tau.ac.il/~niradyn/papers/dynlevin.pdf>
- [5b] N. Dyn: *Subdivision Schemes in Computer-Aided Geometric Design*, Advances in Numerical Analysis II Wavelets, Subdivision Algorithms and Radial Basis Functions W. Light (ed.) Clarendon Press, Oxford, 36-104 (1992)
<http://www.math.tau.ac.il/~niradyn/papers/subincagd.pdf>
- [6] A. Quarteroni (2008): *Modellistica Numerica per Problemi Differenziali*, quarta edizione, Springer.