

# Facoltà di Scienze M.F.N. - Laurea Specialistica in Matematica Applicata

## Programma del corso di **COMPLEMENTI di ANALISI NUMERICA 1** (metodi numerici per l'approssimazione: splines e wavelets) 7 CFU

A.A. 2007/08

Docente: C. Manni

### **Funzioni polinomiali a tratti** [1]

- richiami sull'interpolazione polinomiale e suoi limiti
- funzioni lineari a tratti  $C^0$
- funzioni cubiche a tratti: interpolazione di Hermite
- polinomiali a tratti: definizione e base delle potenze troncate.

### **B-splines** [1]

- definizione per ricorrenza e prime proprietà
- rappresentazione dei polinomi e teorema di Curry-Schoenberg
- proprietà grafiche: poligono di controllo
- knot insertion
- proprietà di forma e variation diminishing
- interpolazione: teorema di Schoenberg-Whitney
- B-splines naturali

### **Introduzione al trattamento numerico di segnali** [2, pag.1-36],[3, pag.1-38],[5]

- generalità e cenni storici
- la base di Haar per le wavelets
- richiami sulle serie di Fourier
- brevi richiami sulla trasformata di Fourier.

### **Analisi tempo/frequenza** [2, pag.48-68 ]

- cenni alla trasformata di Gabor
- trasformata wavelet continua e sue proprietà di localizzazione
- trasformata wavelet discreta.

### **Analisi in Multirisoluzione** [4, cap.5], (se veda anche [5], [7])

- generalità
- algoritmi di decomposizione e ricostruzione e loro interpretazione matriciale
- caratterizzazione di una funzione wavelet
- caratterizzazione di una funzione di scala
- Esempi: costruzione delle wavelets di Battle-Lemarié
- condizioni di regolarità per wavelets ortonormali

### **Wavelets ortonormali a supporto compatto** [4, cap. 6], (si veda anche [5], [7])

- costruzione delle wavelets ortonormali di I. Daubechies;
- cenni all'analisi di regolarità per le wavelets ortonormali di I. Daubechies;

- valutazione e rappresentazione grafica delle wavelets ortonormali di I. Daubechies;
- analisi delle proprietà grafiche e geometriche (tramite programmi Matlab) delle funzioni wavelets di I. Daubechies;
- cenni ai wavelet packets [2, paragrafo 7.4].

### **Wavelets biortogonali** [2], [3, cap. 5],[4], [5]

- richiami funzioni splines naturali e loro proprietà;
- costruzione di wavelets biortogonali;
- esempi di wavelets biortogonali basate su funzioni splines.

### **Applicazioni** [3, cap. 7]

- principi generali dell'utilizzo di funzioni wavelets per la compressione di un segnale;
- principi generali dell'utilizzo di funzioni wavelets per la localizzazione di singolarità;
- esempi (tramite programmi Matlab) di analisi e compressione di un segnale unidimensionale mediante le funzioni wavelets di I. Daubechies;
- costruzione di wavelets bidimensionali basate sul prodotto tensoriale;
- esempi (tramite programmi Matlab) di analisi, compressione e denoising di immagini.

## **TESTI DI RIFERIMENTO**

- [1] C. de Boor *A Practical Guide to Splines*, Revised edition, Applied Mathematical Sciences, 27. Springer-Verlag, New York, 2001.
- [2] C.K. Chui : *An Introduction to wavelets*, Academic Press, 1992
- [3] C.K. Chui: *Wavelets a mathematical tool for signal analysis*, SIAM 1997
- [4] I. Daubechies: *Ten lectures on wavelets*, SIAM 1992

## **TESTI DI CONSULTAZIONE**

- [5] P. Wojtaszczyk: *A mathematical Introduction to Wavelets*, Cambridge University Press, 1999.
- [6] S. Mallat: *A wavelet tour of signal processing*, Academic Press 1998.
- [7] E. Hernández G. Weiss: S. *A first course on wavelets* , CRC Press 1996.

## **SOFTWARE DIDATTICO**

- [-] ftp server: `ftp.tsc.uvigo.es` under directory `/pub/Uvi_Wave/matlab`