

**FACOLTÀ di Ingegneria**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Civile**  
**CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE**

- 1) Scrivere un programma per il calcolo di ciascuna delle espressioni

$$f_1(x) = 2x(\sqrt{1+x^2} - x), \quad f_2(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2} + x},$$

tabulare le due funzioni per  $x \in [0, 10]10^k$ ,  $k = 6, 7, 8$ , disegnarne i due grafici e commentare i risultati ottenuti.

- 2) Scrivere un programma che determini la precisione di macchina,  $\epsilon_M$  del vostro elaboratore ricordando che  $\epsilon_M$  è una potenza di due e

$$1 \oplus x = 1, \quad \forall 0 < x < \epsilon_M.$$

- 3) Scrivere un programma che calcoli le radici,  $x_1, x_2$  dell'equazione

$$x^2 - 2x + c = 0, \quad c \leq 1;$$

utilizzando le seguenti formule

- i)  $x_1 = 1 + \sqrt{1-c}$ ,  $x_2 = 1 - \sqrt{1-c}$ ;
- ii)  $x_1 = 1 + \sqrt{1-c}$ ,  $x_2 = 2 - x_1$ ;
- iii)  $x_1 = 1 + \sqrt{1-c}$ ,  $x_2 = c/x_1$ ;

stabilire quali degli algoritmi proposti per il calcolo di  $x_2$  risulta più stabile quando  $c \simeq 0$ .

- 4) Dopo averne determinato il limite, scrivere un programma che calcoli e disegni i primi 100 termini delle due seguenti successioni

$$s_n = 1 + s_{n-1}(1-a), \quad z_n = 1 + z_{n-1} - az_{n-1}, \quad n \geq 1, \quad s_0 = z_0 = \frac{1}{a},$$

analizzando in particolare i casi:

- i)  $a = 3$ ,
- ii)  $a = 4$ ,
- iii)  $a = 1/3$ ,
- iv)  $a = 1/4$ ,

e commentando i risultati ottenuti.

- 5) Scrivere un programma che implementi il seguente algoritmo

0. Dato  $x_0 > 0$

1. per  $i = 1, \dots, n$ 
  - 1.1  $x_i = \sqrt{x_{i-1}}$
2.  $r_0 = x_n$ ;
3. per  $i = 1, \dots, n$ 
  - 3.1  $r_i = r_{i-1}^2$
4. stampa  $r_n$ .

Al variare di  $n$  ed  $x_0$  commentare il risultato ottenuto dopo averlo confrontato con quello teorico. In particolare considerare il caso  $x_0 = 64$ ,  $n = 64$ .

- 6) Scrivere un programma per l'implementazione del metodo iterativo

$$x_{i+1} = g(x_i)$$

prevedendo una visualizzazione grafica delle iterate. Si fissi a 20 in numero massimo delle iterazioni e si implementi un criterio che arresta il calcolo quando due iterate successive distano per meno di  $10^{-5}$ .

Testare il programma costruito nei casi:

- $g(x) = \frac{x^2+2x+4}{3x}$ ;
- $g(x) = \sin(x)$ ;
- $g(x) = x \sin(x)$ ;
- $g(x) = 1 + (x - 1)^p$ ,  $p \in \mathbb{N}$ .

- 7) Scrivere un programma per l'implementazione del metodo di Newton per l'approssimazione delle radici di una funzione  $f$  prevedendo una visualizzazione grafica delle iterate. Si fissi a 20 in numero massimo delle iterazioni e si implementi un criterio che arresta il calcolo quando due iterate successive distano per meno di  $10^{-5}$ .

Testare il programma costruito nei casi:

- $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ ;
- $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ ;
- $f(x) = \arctg(x)$ ;
- $f(x) = x \arctg(x)$ ;
- $f(x) = x^2 \arctg(x)$ ;
- $f(x) = (x + \frac{1}{2}) \arctg(x)$ .

- 8) Scrivere un programma che implementi il metodo di eliminazione di Gauss, con e senza pivoting parziale, per sistemi lineari di ordine 2.

Testare il programma costruito per sistemi del tipo:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad A = \begin{pmatrix} \epsilon & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 + \epsilon \\ 1 \end{pmatrix}, \quad 0 < \epsilon.$$

la cui soluzione è  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\forall \epsilon$ .

- 9) Scrivere un programma che, assegnato un intervallo  $[a, b]$  calcoli, per  $k = 0, \dots, n$  i punti

$$v_k = a + \frac{b-a}{n}k,$$
$$t_k = \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2n+2}\right),$$
$$w_k = \frac{1}{2}[(b-a)t_k + b + a].$$

- 10) Scrivere un programma che, assegnati i punti (distinti)  $x_0, x_1, \dots, x_n$  calcoli la matrice di Vandermonde

$$V = \begin{pmatrix} 1 & x_0 & \cdots & x_0^n \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & x_n & \cdots & x_n^n \end{pmatrix}$$

e ne calcoli il condizionamento in norma 2 (*in SCILAB si usi la funzione cond*)

- 11) Scrivere un programma che assegnati

$$(x_i, y_i), \quad i = 0, \dots, n$$

determini i valori  $a_0, \dots, a_n$  tali che il polinomio

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$$

interpoli i dati assegnati (*in SCILAB la soluzione del sistema  $V\mathbf{a} = \mathbf{y}$  si ottiene con l'istruzione  $\mathbf{a} = V \setminus \mathbf{y}$* ).

- 12) Scrivere un programma che, assegnati  $a_0, \dots, a_n$  tabuli il polinomio

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$$

su  $N$  punti equispaziati in un intervallo  $[a, b]$  assegnato e ne disegni il grafico.

- 13) Scrivere un programma per tabulare e disegnare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2},$$

su  $N$  punti equispaziati in un intervallo  $[a, b]$  assegnato.