

Fisica Matematica I

Primo Appello

14 Giugno 2010

Si consideri un punto materiale pesante Q di massa M che si muove nel piano verticale Oxy (l'asse y orientato verso l'alto) rimanendo a distanza ℓ dall'origine (pendolo semplice). Un altro punto pesante P di massa m si muove nello stesso piano Oxy col vincolo di rimanere sulla stessa verticale di Q (cioè le coordinate x di $0P$ e $0Q$ sono le stesse). Una molla elastica di costante $K > 0$ collega P e Q .

1. Si scriva la Lagrangiana usando le coordinate θ e y , dove θ è l'angolo di $0Q$ con l'asse verticale discendente contato in senso antiorario e $y = y_P - y_Q$ (le coordinate y di $0P$ e $0Q$). [5 punti]
2. Si trovino i punti di equilibrio stabile e si studino le piccole oscillazioni attorno ad essi. [10 punti]
3. Si scriva la Hamiltoniana delle piccole oscillazioni in variabili azione-angolo. [10 punti]
4. Per condizioni iniziali con energia totale ϵ , sufficientemente piccola, si studi il moto per un tempo inferiore ad un qualche T fissato con un errore inferiore a ϵ^2 . [5 punti]