

# Calcolo II

## Esempio di possibile esame 2

Cognome..... Nome.....

Avete 3:00 ore di tempo. Ogni esercizio vale 5 punti. Solo le **risposte chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.

1. Si trovino le soluzioni dell'equazione

$$y' = \frac{9x + 2y}{2x + y}$$

2. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{aligned}x^2 y'' - xy' - 3y &= 0 \\ y(0) = y'(0) &= 1.\end{aligned}$$

3. Si calcolino gli integrali

$$\begin{aligned}\int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{x-y}{(x+y)^3} \\ \int_0^1 dy \int_0^1 dx \frac{x-y}{(x+y)^3}\end{aligned}$$

e si commenti il risultato.

4. Dato  $v \in \mathbb{R}^3$ , la regione  $E = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x\| \leq 1, x_3 \geq 0\}$  e detta  $n$  la normale esterna a  $\partial E$  si calcoli

$$\int_{\partial E} \|x\| \langle v, n \rangle dS.$$

5. Si mostri che se  $\int_{\mathbb{R}} |f(x)| dx < \infty$  allora la trasformata di Fourier è limitata.

6. Data una funzione  $\mathcal{C}^3$  a supporto compatto, si calcoli

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k^3 \hat{f}(k).$$

Inoltre si mostri che  $\int_{\mathbb{R}} |k^2 \hat{f}(k)|^2 dk < \infty$ .