

Calcolo II

Esempio di possibile esame 1

Cognome..... Nome.....

Avete 3:00 ore di tempo. Ogni esercizio vale 5 punti. Solo le **risposte chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.

1. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{aligned}y' &= xy + y^3 \\ y(0) &= 1\end{aligned}$$

2. Al variare di $\omega \in \mathbb{R}$, trovi la soluzione dell'equazione

$$\begin{aligned}y''' + \omega y' &= \sin t \\ y(0) = y'(0) = y''(0) &= 0.\end{aligned}$$

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_{\mathbb{R}} e^{-\alpha x^2} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. Si calcoli l'area della superficie di una sfera di raggio R .

5. Siano f_s e f_a le funzioni simmetriche e antisimmetriche, rispettivamente, di periodo 2π e che valgono $\frac{\pi-x}{2}$ nell'intervallo $[0, \pi]$. Se ne calcolino i coefficienti di Fourier.

6. Si discuta la convergenza delle serie di Fourier calcolate nell'esercizio precedente.