

**FOGLIO DI ESERCIZI 3, NOVEMBRE 2013**

Nome .....

**Esercizio 1.** Diagonalizzare, tramite una matrice ortogonale, la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 2.** Si consideri il prodotto scalare

$$\rho : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

definito da

$$\rho(x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_3 + 2x_2y_2 + 2x_3y_1 + 5x_3y_3.$$

Stabilire se l'operatore lineare  $L$ , definito da

$$M_E(L) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

risulta essere autoaggiunto rispetto a  $\rho$ .

**Esercizio 3.** Si consideri lo spazio euclideo  $\mathbb{E}^3 = (\mathbb{R}^3, \langle, \rangle_{st})$  e si determini un operatore autoaggiunto  $L : \mathbb{E}^3 \rightarrow \mathbb{E}^3$  tale che  $L(1, 0, 1) = (2, 0, 2)$ , la traccia di  $L$  sia 2 e il determinante sia nullo.