

Problem Set 3

docente: Luciano Gualà

Esercizio 1 *(una domanda semplice ma non troppo)*

Dire se può esistere un algoritmo di ordinamento basato su confronti che ordina un insieme di 8 elementi facendo nel caso peggiore al più 15 confronti. Motivare la risposta.

Esercizio 2

Sia T un albero binario di n nodi con radice r . La *profondità* di un nodo v è il numero di archi del cammino da v alla radice. Un nodo u è un *discendente* di v se u si trova nel sottoalbero di T radicato in v . Si assuma che T è mantenuto attraverso una struttura collegata e che ogni nodo v mantenga i puntatori al padre e ai figli ($v.p$, $v.s$, $v.d$). Si progetti un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che, preso T , restituisca il nodo v di profondità minima la cui profondità è maggiore o uguale al numero dei suoi discendenti. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo e possibilmente non si usino variabili globali e passaggi di parametri per riferimento.

Esercizio 3

Siano dati n punti disposti sul piano Euclideo, dove il punto p_i ha coordinate (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$. Si progetti un algoritmo che, preso in input l'insieme degli n punti, un valore $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ e un ulteriore punto *target* t di coordinate (x_t, y_t) , restituisca i k punti dell'insieme che sono più vicini a p_t (rispetto alla distanza euclidea). L'algoritmo deve avere complessità temporale (nel caso peggiore) $O(n + k \log n)$.

Esercizio 4 *(Strutture dati: mantenere dinamicamente il mediano)*

Si progetti una struttura dati che mantiene un insieme S di elementi con chiavi prese da un dominio totalmente ordinato soggetto alle seguenti operazioni:

- **Insert**(S, k): inserisce un nuovo elemento di valore k in S .
- **Delete**(S, x): rimuove l'elemento x da S . Si pensi ad x come al puntatore (riferimento diretto) all'elemento da cancellare.
- **Median**(S): restituisce (senza rimuoverlo) il valore dell'elemento mediano contenuto in S ; ovvero, se indichiamo con n il numero di elementi contenuti in S , si vuole restituire il valore dell' $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ -esimo minimo di S .

Tutte le operazioni devono avere complessità temporale (asintoticamente) logaritmica nel numero di elementi presenti nella struttura dati.