

Elementi di Algoritmi e Strutture Dati

Testo della prova scritta del 9 luglio 2007

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [8 punti] Siano $f(n), g(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ due funzioni. Dimostrare o confutare la seguente relazione

$$n^4 \cdot (f(n))^2 = O(g(n) \cdot f(n)),$$

quando:

(a) $g(n) = \Omega(n^4 \cdot f(n))$.

(b) $g(n) = \omega(n^{134} \cdot 2^{2^n})$.

Esercizio 2 [8 punti] Dato un albero AVL con n chiavi e un intero $k \leq n$, realizzare un algoritmo che restituisca l'elemento che occupa la k -esima posizione nella sequenza ordinata delle chiavi. *Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [8 punti] Si mostri l'albero binario corrispondente al vettore posizionale T_1 , e si dia l'ordine di visita dei nodi mediante una visita in profondità simmetrica. Poi si consideri il vettore dei padri T_2 . Si mostri l'albero corrispondente, si dica qual è il grado e la profondità del nodo A e si dia l'ordine di visita dei nodi mediante una visita in ampiezza. Si assuma che entrambi i vettori abbiano indici compresi fra 1 e 10.

$$T_1 = [G, V, T, O, R, A, A, T, R, E].$$

$$T_2 = [(G, 8), (H, 6), (C, 8), (B, \text{null}), (I, 2), (E, 8), (L, 2), (A, 4), (D, 8), (F, 8)]$$

Esercizio 4 [8 punti] Si definisca formalmente un albero AVL e si dimostri che un albero AVL con n nodi ha altezza $O(\log n)$.