

Elementi di Algoritmi e Strutture Dati
Testo della prova scritta del 25 settembre 2007
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [8 punti] Sia k una costante intera e, per ogni $i \in \{1, \dots, k\}$, sia $f_i(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ una funzione. Inoltre sia $g(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ un'altra funzione. Dimostrare o confutare la seguente relazione

$$\sum_{i=1}^k f_i(n) = O(g(n))$$

quando

- (a) $f_{i-1}(n) = o(f_i(n))$ per ogni $i = 2, \dots, k$ e $f_1(n) = o(g(n))$.
- (b) $f_i(n) = O(g(n))$ per ogni $i = 1, \dots, k$.

Esercizio 2 [8 punti] Realizzare un algoritmo che, preso in input un vettore ordinato A di n interi distinti, e un valore x , restituisca **true** se esistono due elementi distinti in A la cui somma è x , o **false** altrimenti. L'algoritmo deve avere complessità temporale $o(n^2)$. *Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [8 punti] Si risolvano le seguenti relazioni di ricorrenza utilizzando il teorema fondamentale delle ricorrenze.

- (a) $T(n) = 27T(n/3) + n^3$.
- (b) $T(n) = 2T(n/2) + 3T(n/3) + \sqrt{n} \log n$.
- (c) $T(n) = 25T(n/5) + n^{\frac{41}{20}}$.

Esercizio 4 [8 punti] Si descriva in modo sintetico e preciso l'algoritmo `Fibonacci6` che, preso in input un intero n , calcola l' n -esimo numero di Fibonacci in tempo $O(\log n)$. Si analizzi in particolare la sua correttezza e si derivi la sua complessità temporale.