

Elementi di Algoritmi e Strutture Dati  
Testo della prova scritta del 25 settembre 2007  
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr:..... Corso di Laurea:.....

**Esercizio 1 [8 punti]** Sia  $k$  una costante intera e, per ogni  $i \in \{1, \dots, k\}$ , sia  $f_i(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$  una funzione. Inoltre sia  $g(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$  un'altra funzione. Dimostrare o confutare la seguente relazione

$$\sum_{i=1}^k f_i(n) = O(g(n))$$

quando

(a)  $f_{i-1}(n) = o(f_i(n))$  per ogni  $i = 2, \dots, k$  e  $f_1(n) = o(g(n))$ .

(b)  $f_i(n) = O(g(n))$  per ogni  $i = 1, \dots, k$ .

**Esercizio 2 [8 punti]** Realizzare un algoritmo che, preso in input un vettore ordinato  $A$  di  $n$  interi distinti, e un valore  $x$ , restituisca **true** se esistono due elementi distinti in  $A$  la cui somma è  $x$ , o **false** altrimenti. L'algoritmo deve avere complessità temporale  $o(n^2)$ . *Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

**Esercizio 3 [8 punti]** Si risolvano le seguenti relazioni di ricorrenza utilizzando il teorema fondamentale delle ricorrenze.

(a)  $T(n) = 27T(n/3) + n^3$ .

(b)  $T(n) = 2T(n/2) + 3T(n/3) + \sqrt{n} \log n$ .

(c)  $T(n) = 25T(n/5) + n^{\frac{41}{20}}$ .

**Esercizio 4 [8 punti]** Si descriva in modo sintetico e preciso l'algoritmo `Fibonacci6` che, preso in input un intero  $n$ , calcola l' $n$ -esimo numero di Fibonacci in tempo  $O(\log n)$ . Si analizzi in particolare la sua correttezza e si derivi la sua complessità temporale.