

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 22 giugno 2012

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica.

Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{2n} , $\frac{2n^{2.2}+n-6}{\log^{2.2} n}$, $\sqrt{n} \log \sqrt{n}$, $2^n n^{100}$, $2^7 \sqrt{n \log n}$, $\frac{n^4-3}{n^2+1}$, $\sqrt{n} \log \log n$, $\sqrt[6]{n^4}$, $\sqrt{n} \log n$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 9T_2(n/3) + \sqrt{n \log n} + n\sqrt{n}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [10 punti] Sia T un albero binario di n nodi con radice r in cui ogni nodo ha una chiave intera non negativa associata. Si assuma che T è mantenuto attraverso una struttura collegata e che ogni nodo v abbia associato i seguenti campi: puntatori al padre e ai figli ($v.p, v.s, v.d$) e chiave del nodo ($v.ch$).

Si progetti un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che, preso T , dica se esiste o meno una foglia v tale che le chiavi lungo il cammino fra r e v sono in ordine strettamente crescente. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo.

Esercizio 3 [15 punti] Sia V un array di n interi, ovvero $V[i] \in \mathbb{Z}, i = 1, \dots, n$. Dati due indici i e j , con $i < j$, definiamo il seguente valore $\phi(i, j) = \sum_{k=1}^i V[k] + \sum_{k=j}^n V[k]$. Si progetti un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che trova gli indici i^* e j^* , con $i^* < j^*$, che massimizza ϕ , ovvero tale che $\phi(i^*, j^*) \geq \phi(i, j)$ per ogni coppia i, j con $i < j$.