

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 20 settembre 2011

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 3^n , $\frac{(n+1)(n+7)}{\sqrt{n^3+6}}$, $\sqrt[3]{n \log n}$, 3^{3n} , $\sqrt[3]{n} \log \log n$, $n^{1.03} + \log n^3$, $n \log^3 n + \sqrt[3]{n}$, 3^{n+3^3} , $n^{1/3} \sqrt{\log n}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n/4) + \sqrt[3]{n} + \log^3 n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = T_2(n-1) + 2n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [18 punti] Sia k un intero positivo e sia A una matrice $n \times n$ di interi tutti compresi nell'intervallo $[1, k]$. Progettare un algoritmo che, data A , costruisca un *oracolo* (ovvero una struttura dati) che sia in grado di rispondere in tempo $O(1)$ a *query* (ovvero domande) del seguente tipo: dati due interi $i \in [1, n]$ e $x \in [1, k]$, quanti elementi uguali a x ci sono nelle prime i righe di A ?

L'algoritmo di costruzione dell'oracolo deve avere complessità temporale $O(n^2)$ quando $k = O(n)$, mentre l'algoritmo di interrogazione dell'oracolo, come già detto, deve avere complessità temporale $O(1)$.

Attenzione: l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [5 punti] (una semplice domanda)

Dire, motivando la risposta, se esiste un albero AVL T e tre chiavi k_1, k_2, k_3 tale che T è un albero di Fibonacci e, dopo aver inserito nell'ordine k_1, k_2, k_3 in T , il nuovo albero risultante è ancora un albero di Fibonacci.